グラフに基づいた無線通信
基礎と応用

石橋　功至

電気通信大学 先端ワイヤレス・コミュニケーション研究センター
The University of Electro-Communications
Advanced Wireless & Communication Research Center (AWCC)

本日のお話し

- 符号の世界におけるグラフに基づいた理論の発展
  - 低密度パリティ検査(LDPC: Low-Density Parity Check)符号
  - 空間結合(SC: Spatially-Coupled)符号
  - 確率伝搬(BP: Belief-Propagation)復号
  - 密度発展法(DE: Density Evolution)
- 利点：
  - 構造がわかりやすくなり、解析・設計が容易
  - 効率的な復号が可能
- <u>これらの知見を無線通信の世界に導入できないか？</u>

タナーグラフ表現

パリティ検査行列

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

符号語

$$\mathbf{c} = \{\underbrace{s_1, s_2, s_3, s_4}_{\text{情報ビット}}, \underbrace{p_1, p_2, p_3}_{\text{冗長ビット}}\}$$

パリティ検査式

$$\mathbf{c}\mathbf{H}^{\mathrm{T}} = \mathbf{0}$$

$$\begin{cases} s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0 \end{cases}$$

タナーグラフ表現

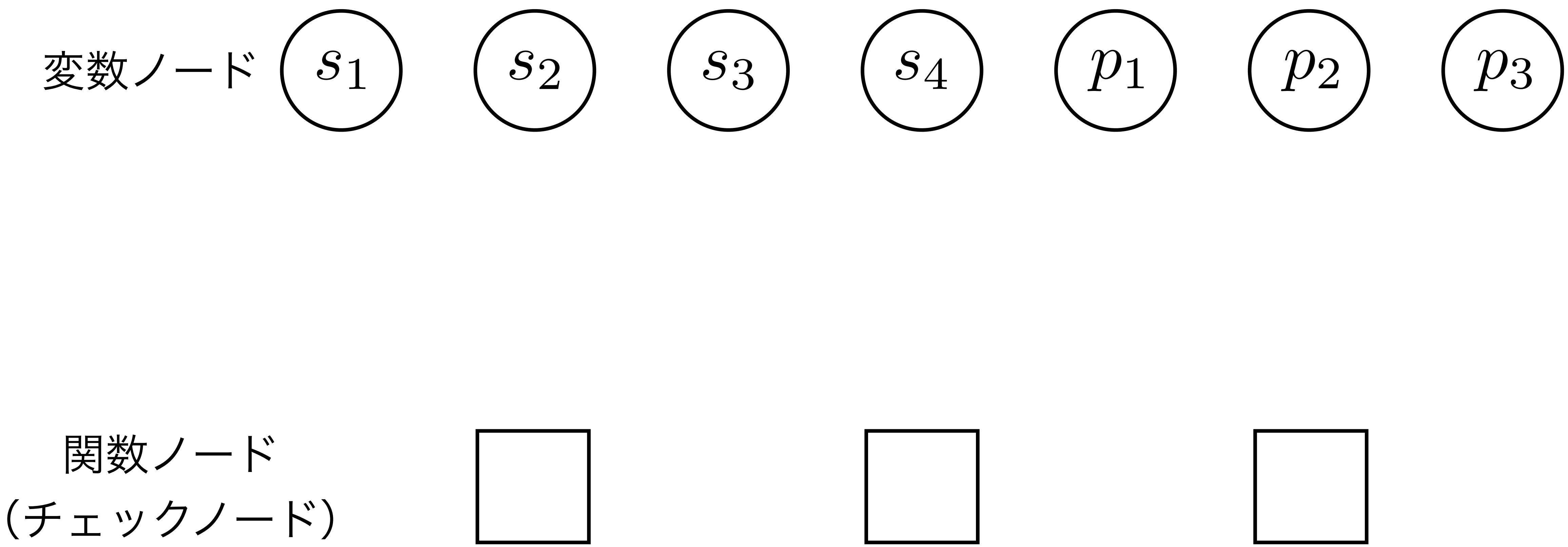
$$\begin{cases} s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0 \end{cases}$$

変数ノード

s_1 s_2 s_3 s_4 p_1 p_2 p_3

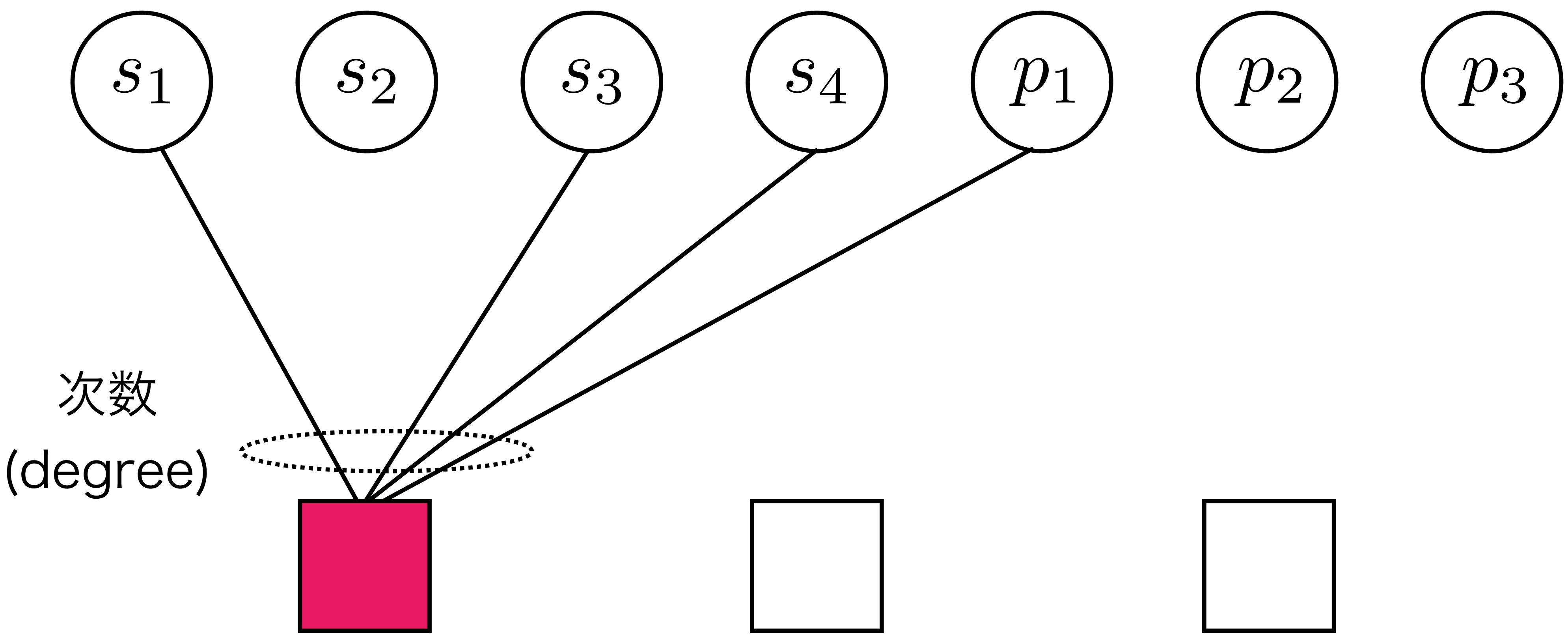
タナーグラフ表現

$$\begin{cases} s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0 \end{cases}$$



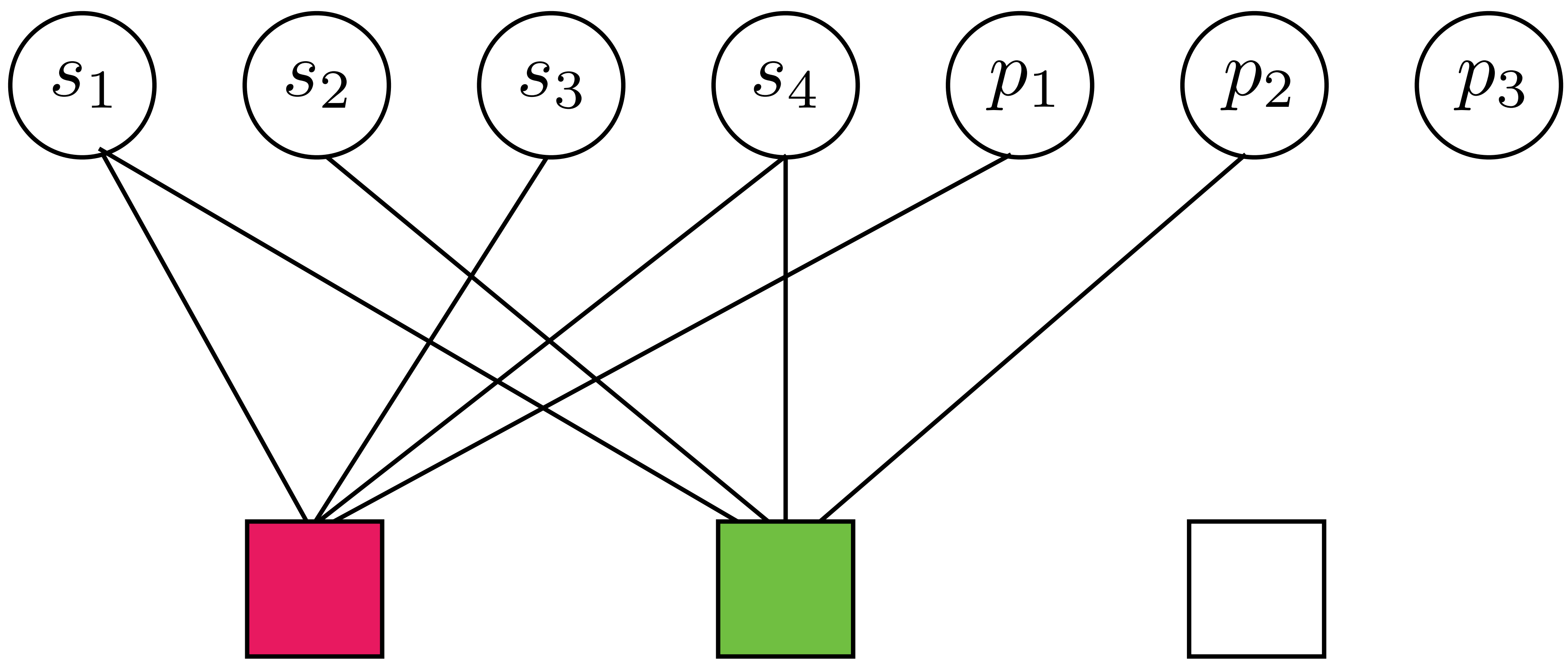
タナーグラフ表現

$$\begin{cases} \boxed{s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0} \\ s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0 \end{cases}$$



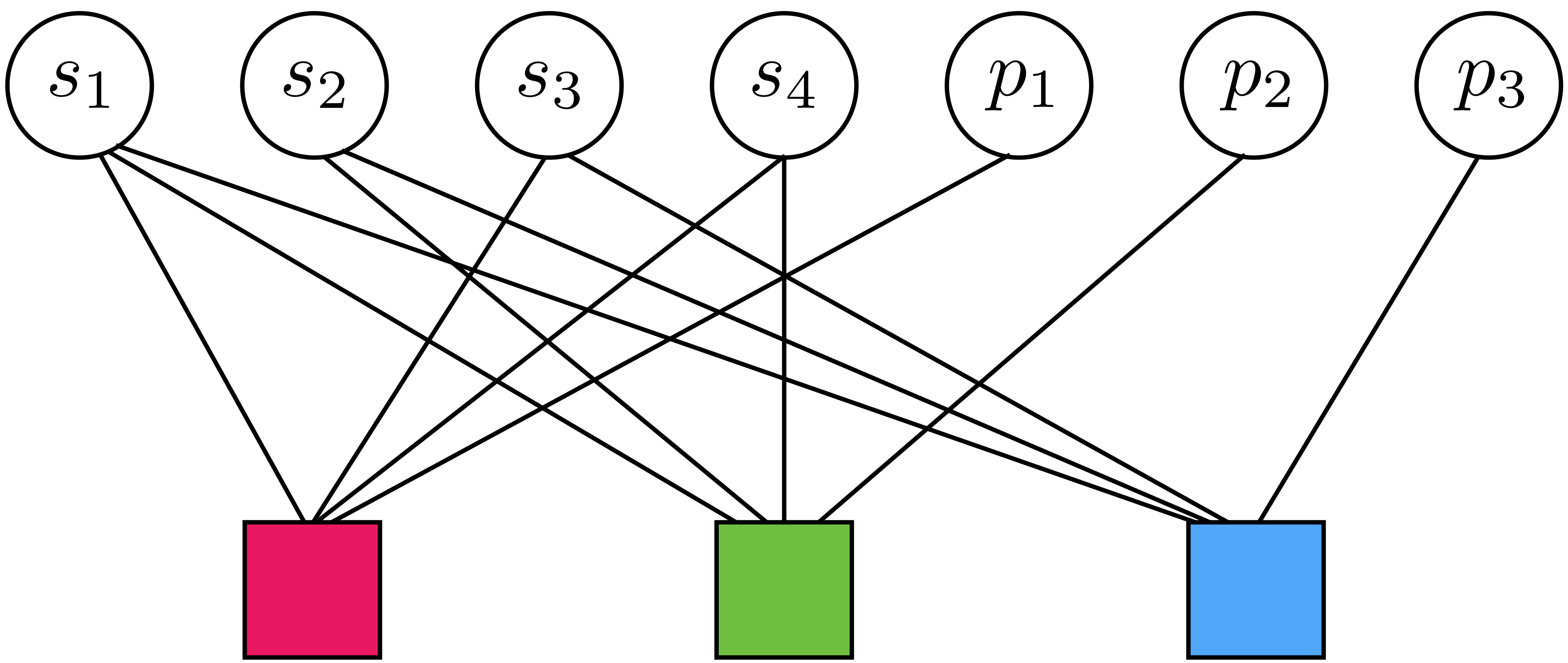
タナーグラフ表現

$$\begin{cases} s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0 \\ \boxed{s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0} \\ s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0 \end{cases}$$



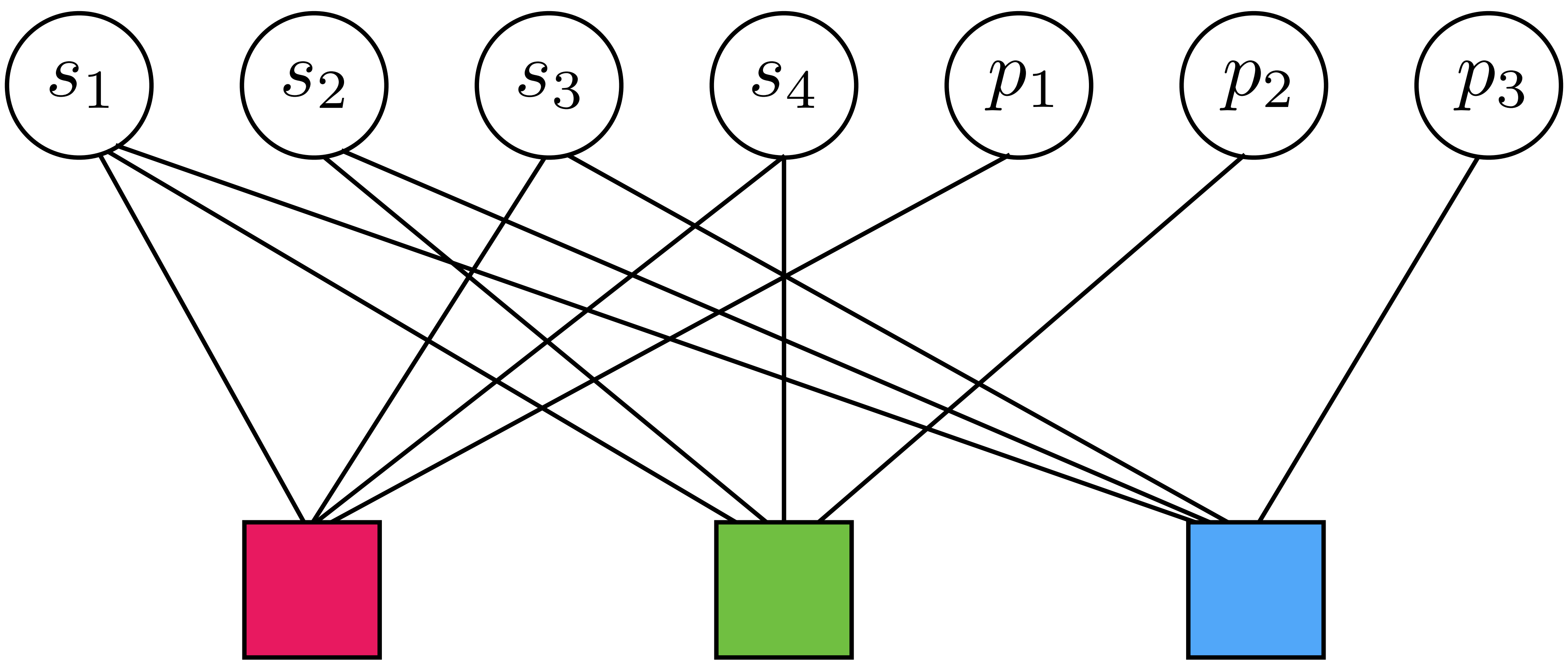
タナーグラフ表現

$$\begin{cases} s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0 \\ s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0 \\ \boxed{s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0} \end{cases}$$

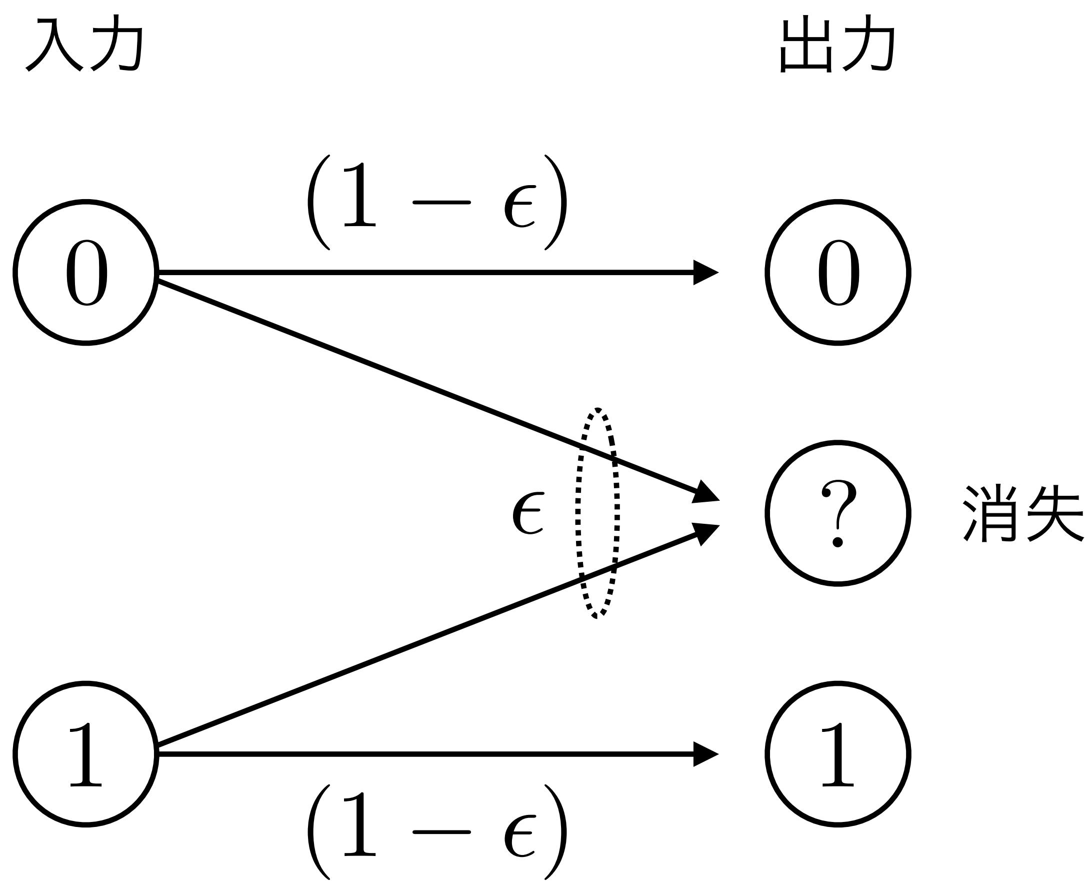


タナーグラフ表現

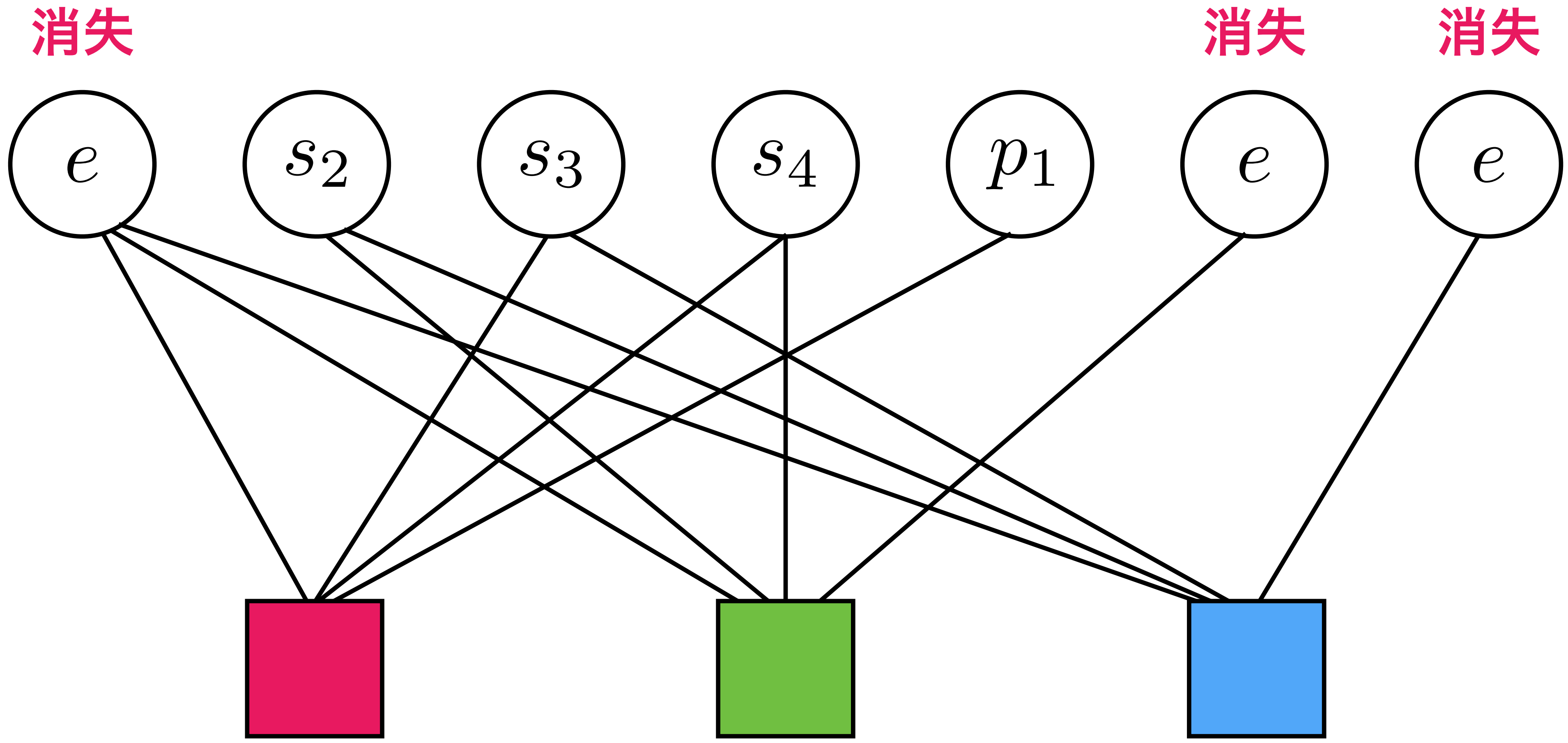
$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



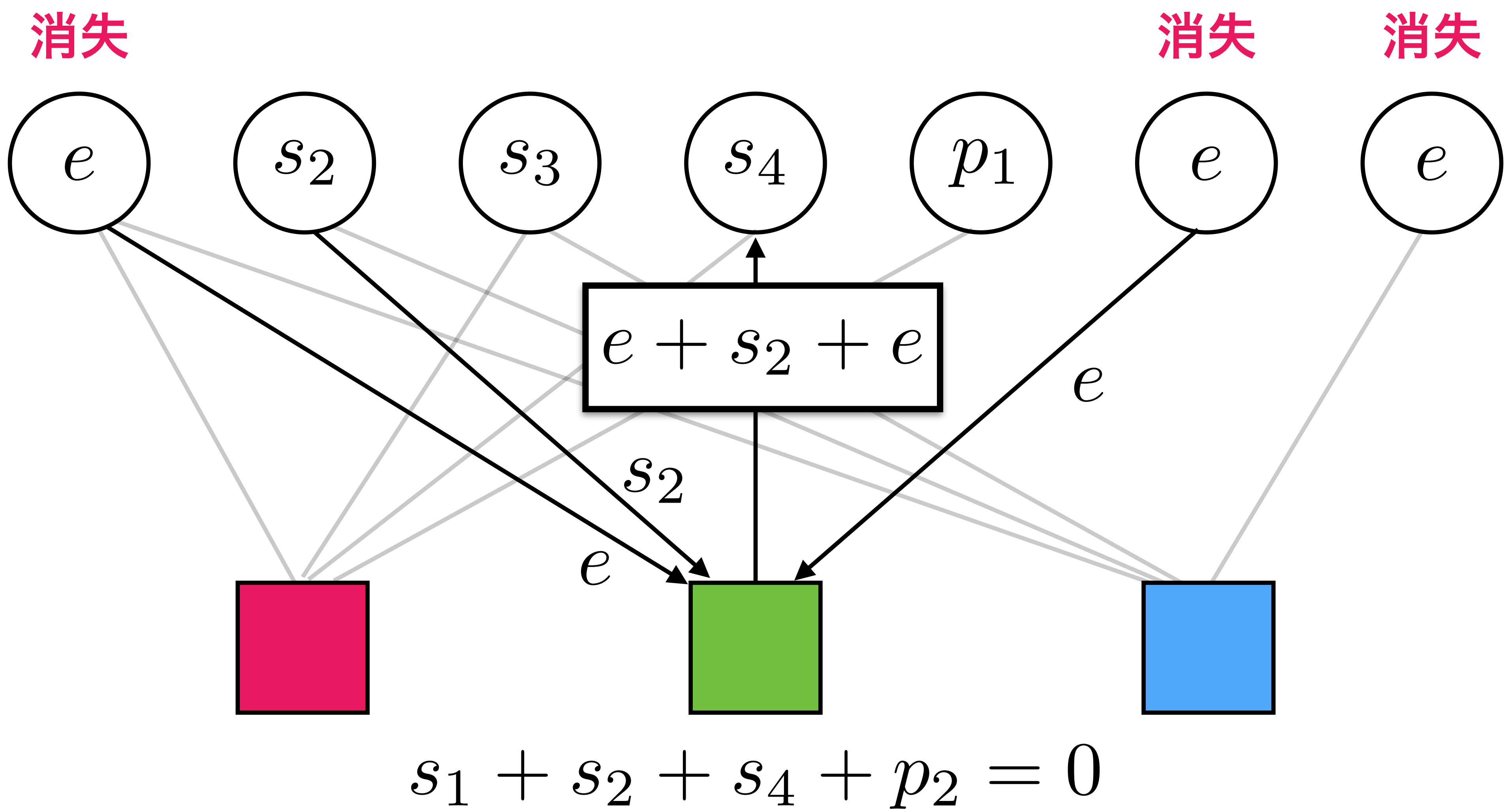
二元消失通信路



Sum-Product復号



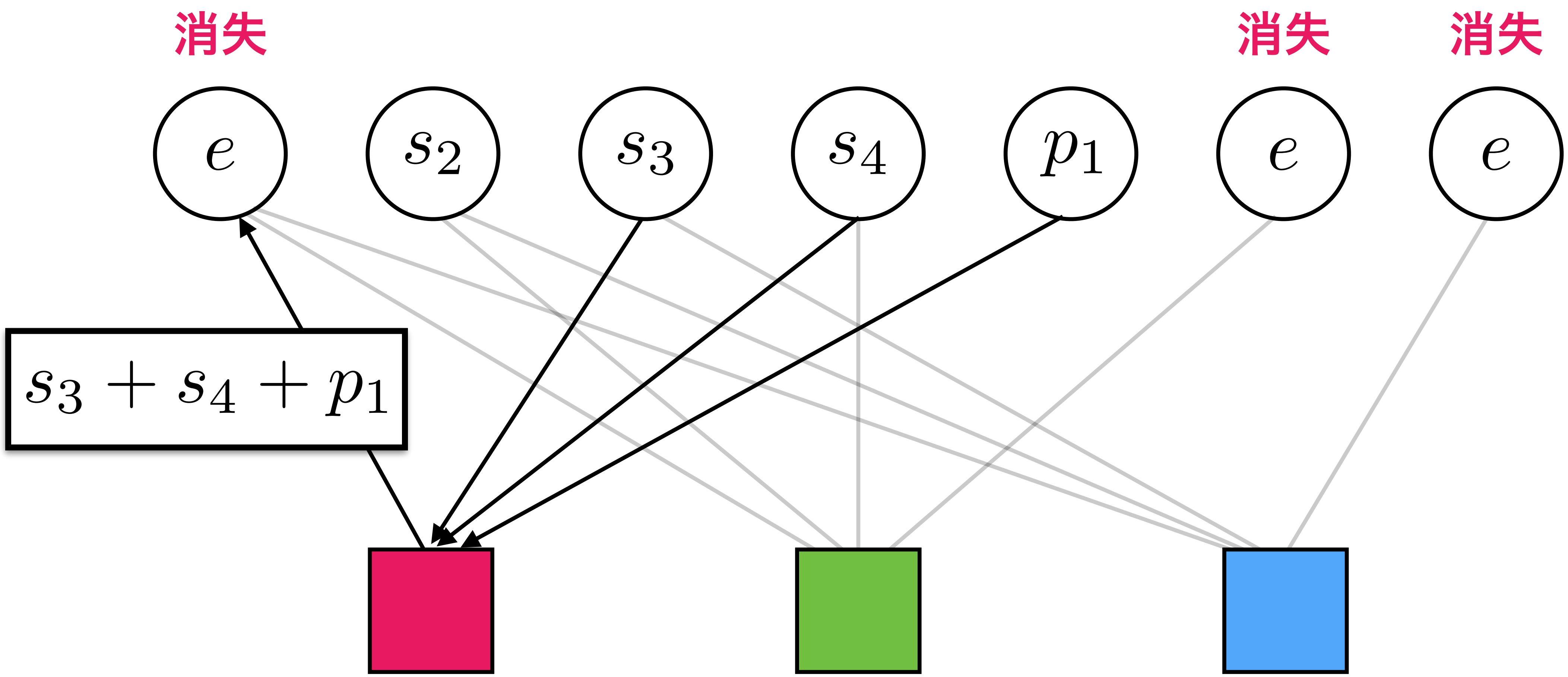
関数ノード処理



拘束を利用して、各変数ノードにメッセージを送信

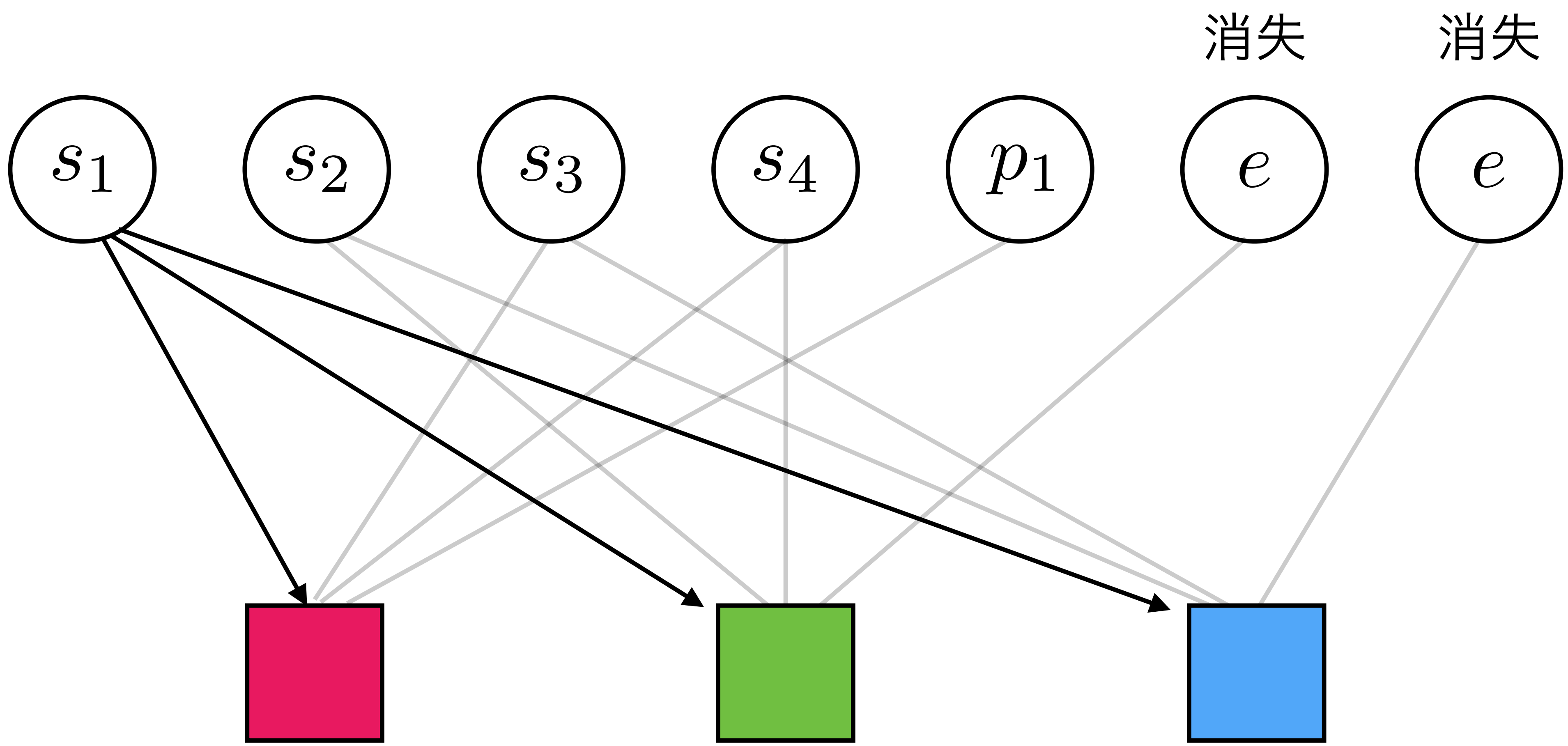
→ 消失メッセージがひとつであれば復号が可能

関数ノード処理



$$s_1 + s_3 + s_4 + p_1 = 0$$

変数ノード処理

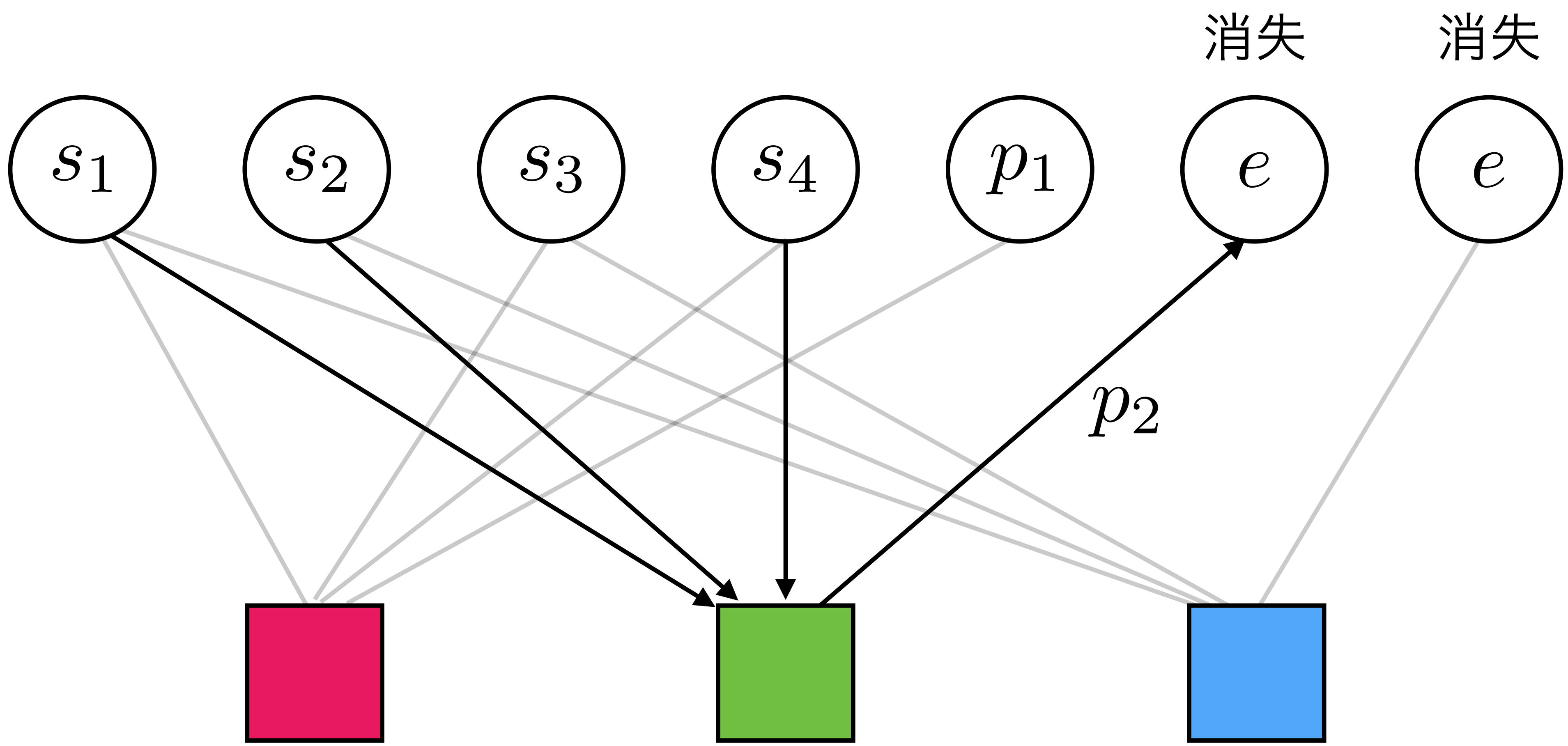


関数ノードから受け取った値で自身の値を更新

↓

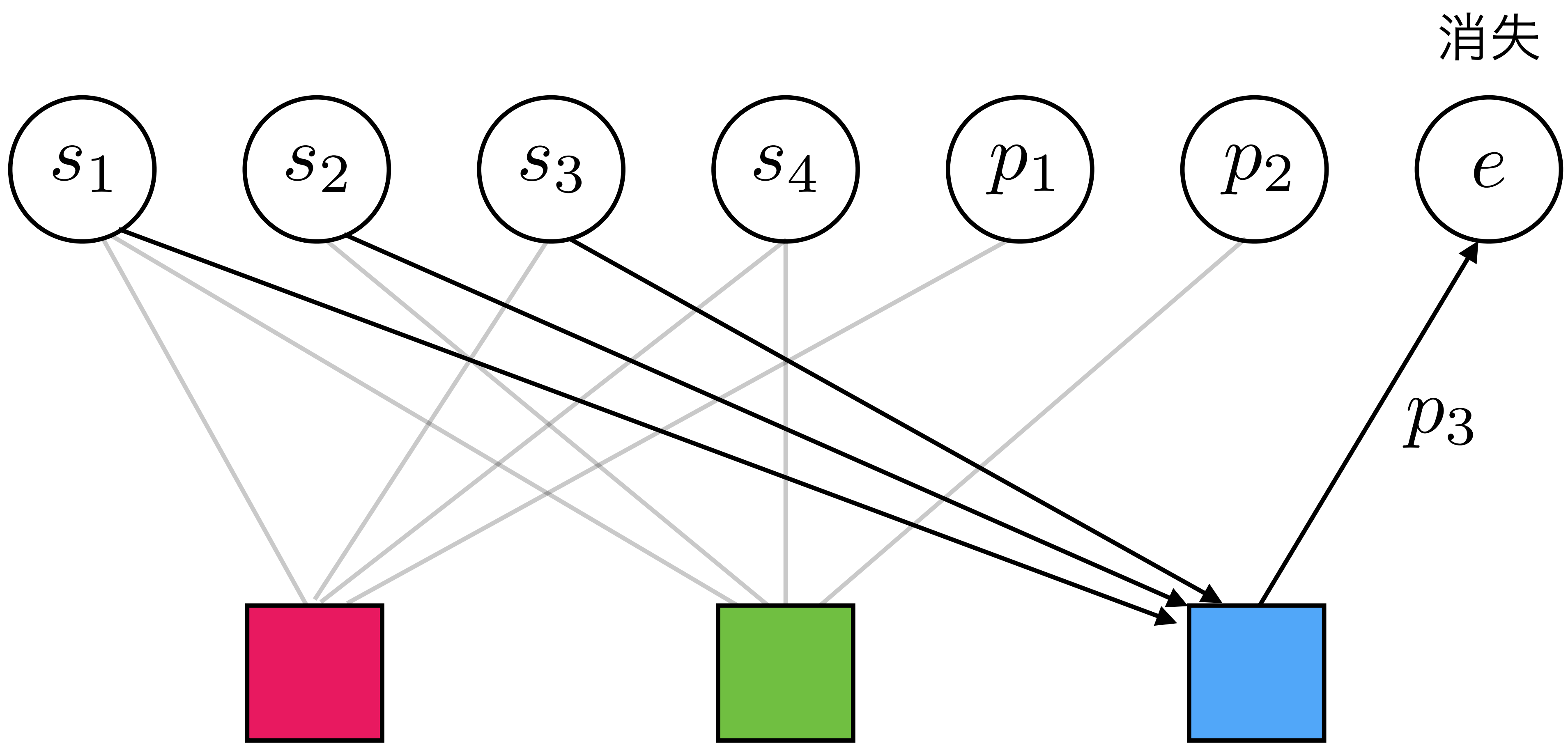
ひとつでも消失でないメッセージを受け取ればよい

関数ノード処理



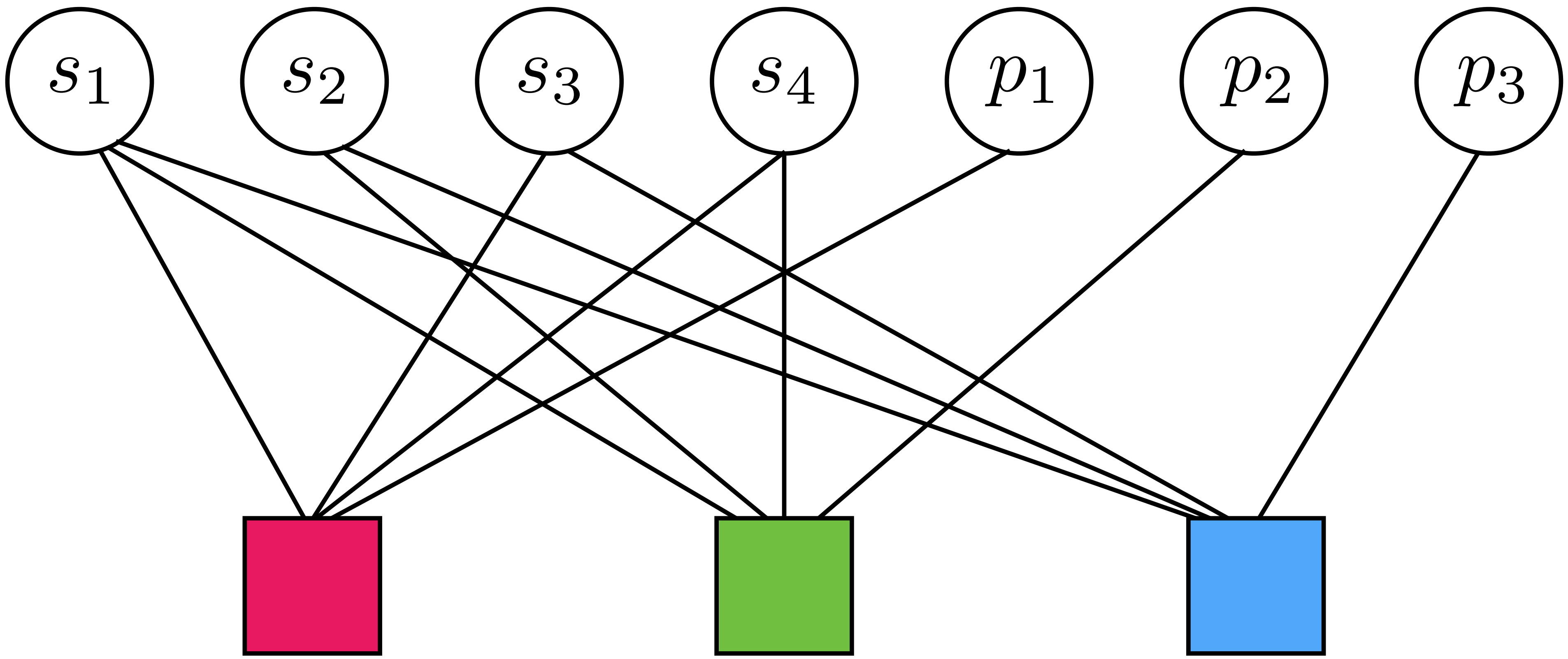
$$s_1 + s_2 + s_4 + p_2 = 0$$

関数ノード処理



$$s_1 + s_2 + s_3 + p_3 = 0$$

復号処理の終了

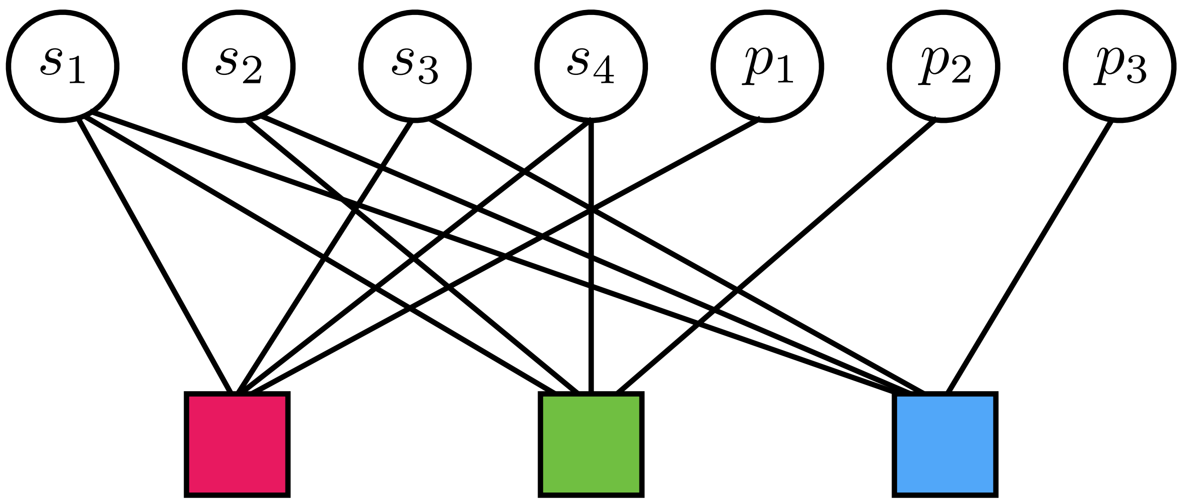


復号完了

密度発展法

- グラフ表現を導入したことで構造が直感的にわかり、またその構造を利用することで効率的な復号が可能になった
- 繰り返し復号を行う中で、どのようにメッセージが復号されていくのか？
- ランダム符号の場合、グラフが常に決まった形になるわけではないので、平均的な振る舞いを調べる手法が必要

次数分布



変数ノードのノードに基づく次数分布

$$\Lambda(x) \triangleq \sum_i \Lambda_i x^i$$

次数 i である変数ノードの数　　ダミー変数

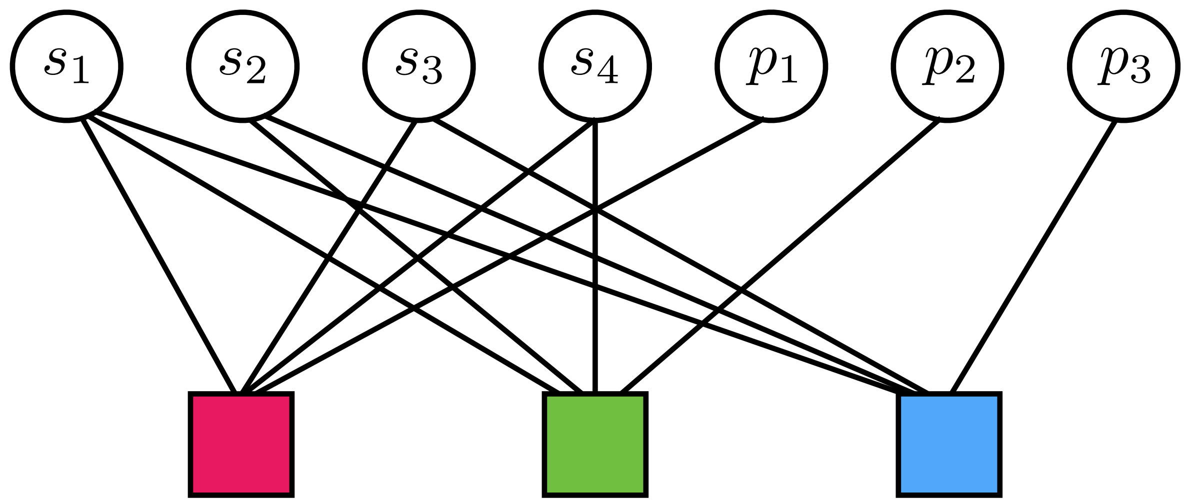
$$\boxed{\begin{aligned}\Lambda(x) &= 3x + 3x^2 + x^3 \\ P(x) &= 3x^4\end{aligned}}$$

関数ノードのノードに基づく次数分布

$$P(x) \triangleq \sum_i P_i x^i$$

次数 i である関数ノードの数

次数分布



$$\lambda(x) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2$$

$$\rho(x) = x^3$$

変数ノードの枝に基づく次数分布

$$\lambda(x) \triangleq \sum_i \lambda_i x^{i-1} = \frac{\Lambda'(x)}{\Lambda'(1)}$$

λ_i：次数 $(i-1)$である変数ノードに枝が接続する確率(割合)

x：ダミー変数

関数ノードの枝に基づく次数分布

$$\rho(x) \triangleq \sum_i \rho_i x^{i-1} = \frac{P'(x)}{P'(1)}$$

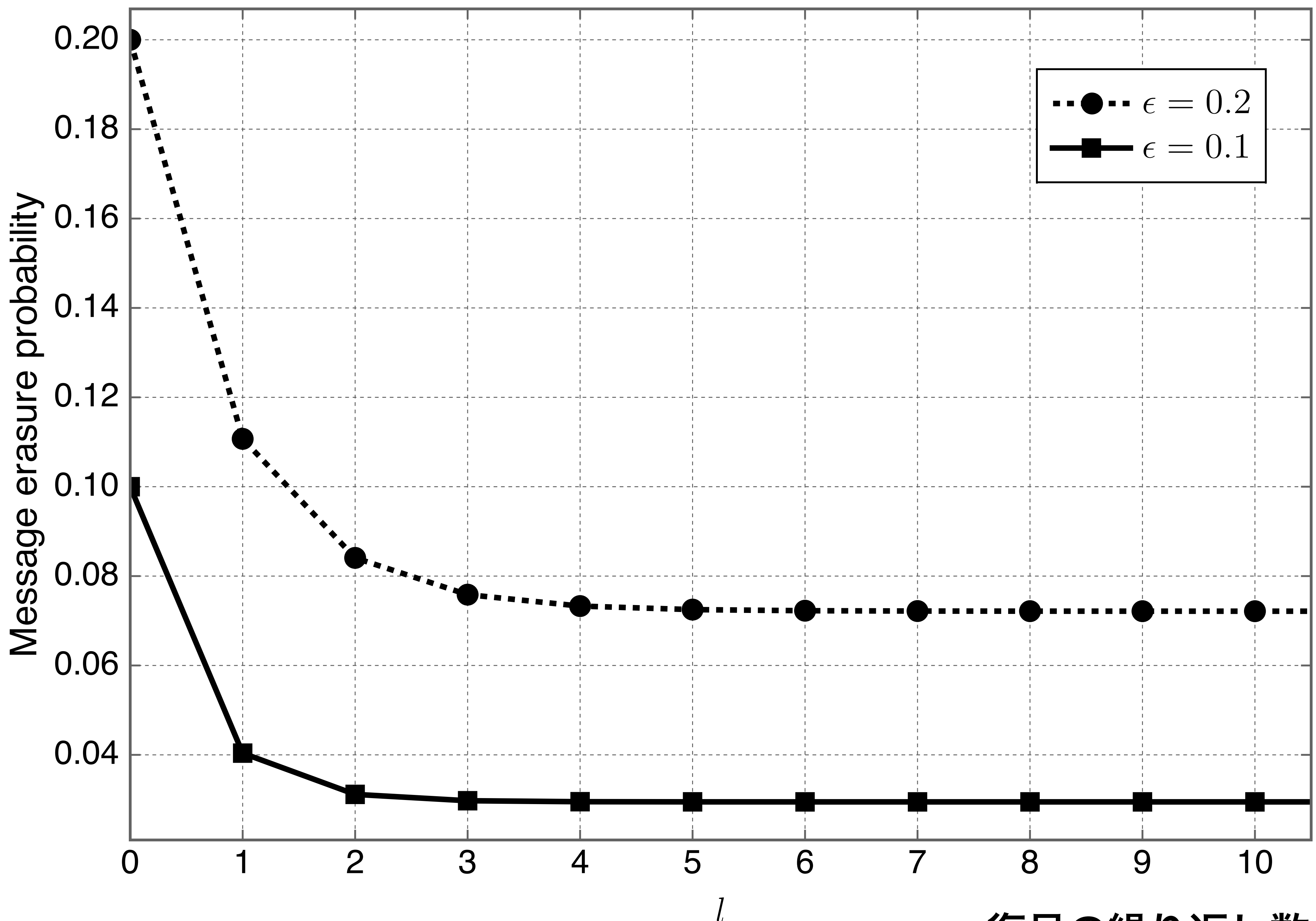
ρ_i：次数 $(i-1)$である関数ノードに枝が接続する確率(割合)

消失確率の計算

復号 l 回目の消失確率は、

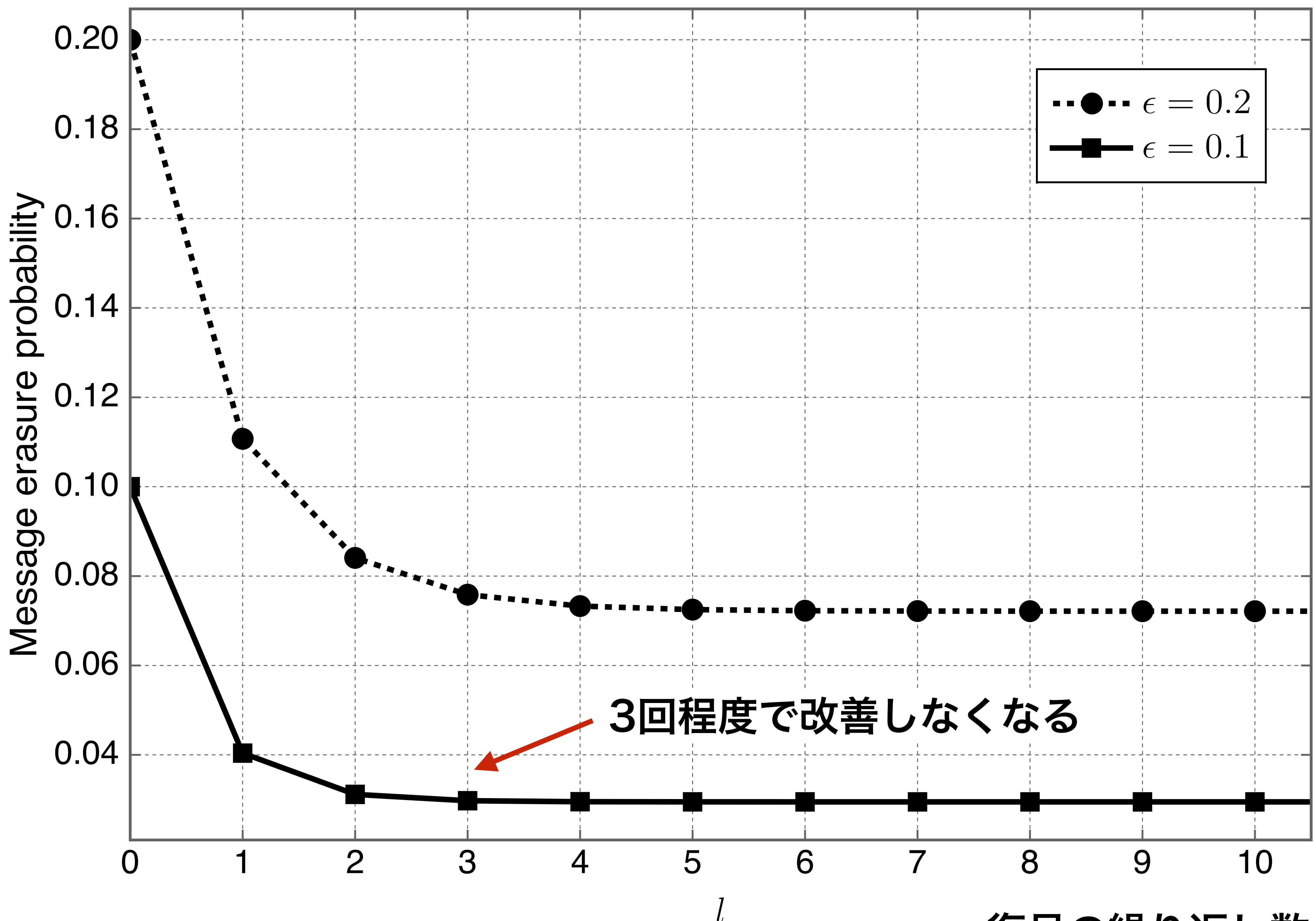
$$x_l = \epsilon\lambda(1 - \rho(1 - x_{l-1}))$$

消失確率の時間発展



復号の繰り返し数

消失確率の時間発展



復号の繰り返し数

消失確率の計算

復号 l 回目の消失確率は、

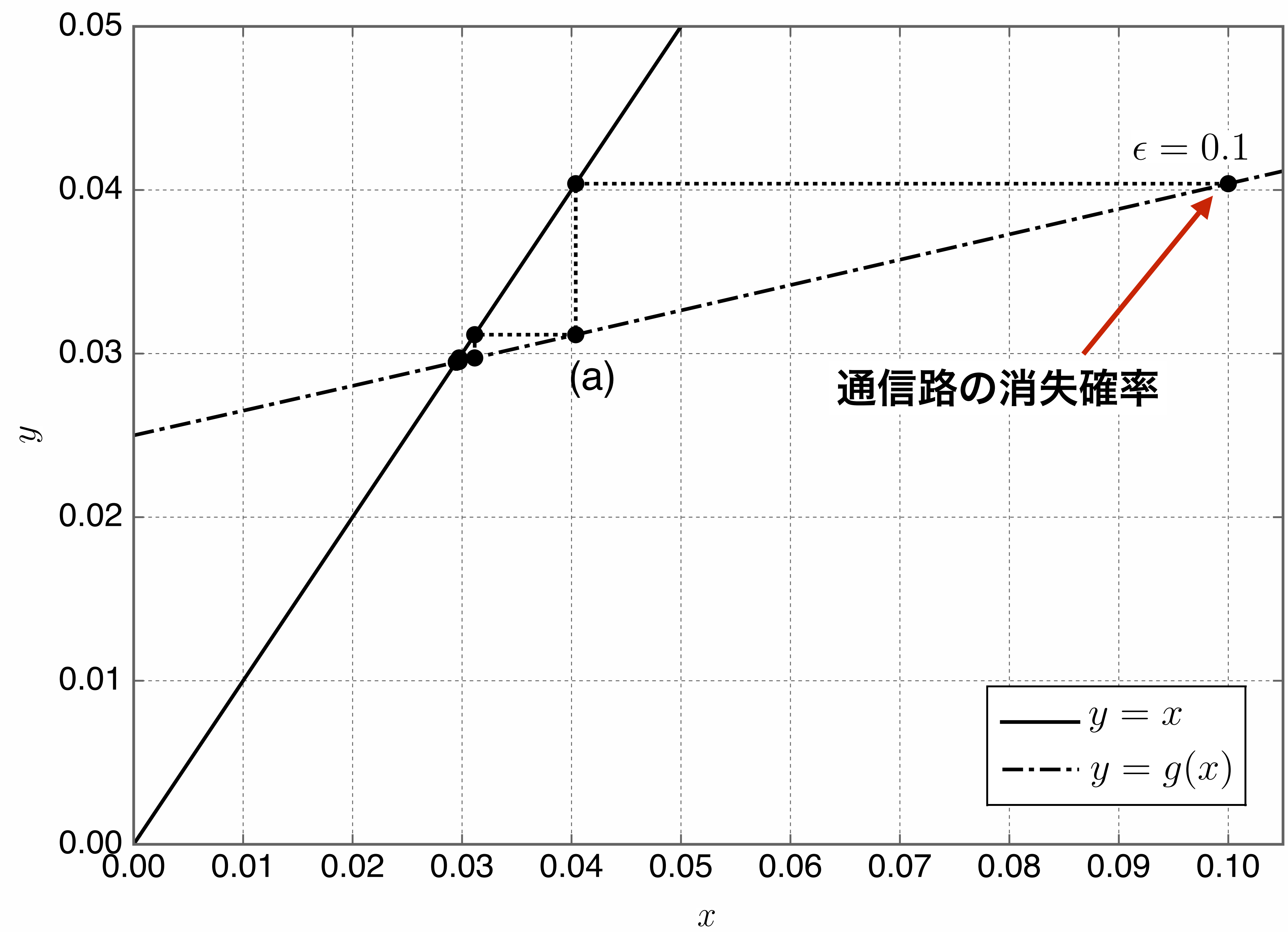
$$\boxed{x_l = \epsilon\lambda(1-\rho(1-x_{l-1}))}$$

復号における振る舞いをみるには

出力が再び入力に

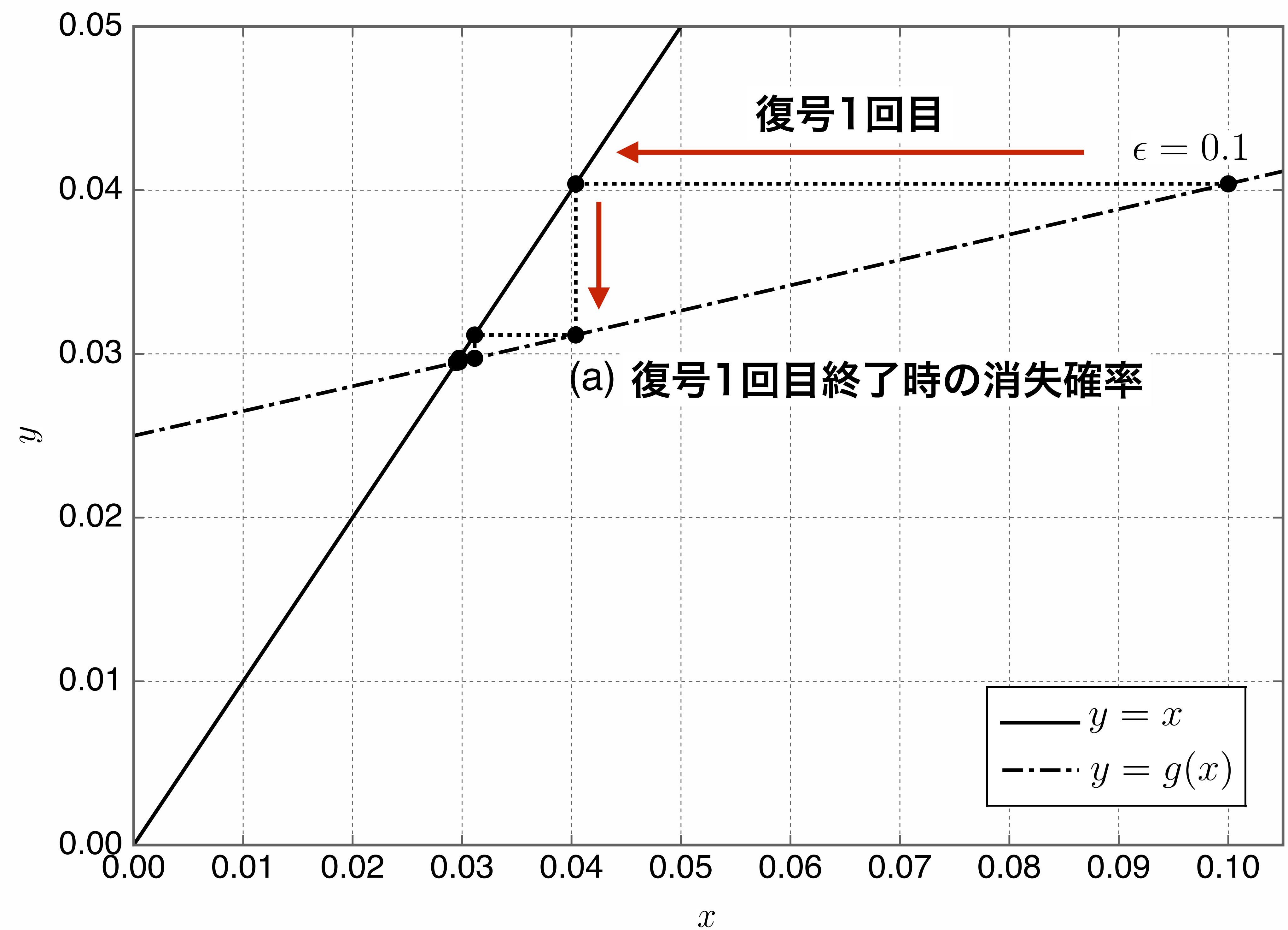
$$g(x) = \epsilon\lambda(1-\rho(1-\underbrace{x}_{\text{入力}}))$$

消失確率の時間発展



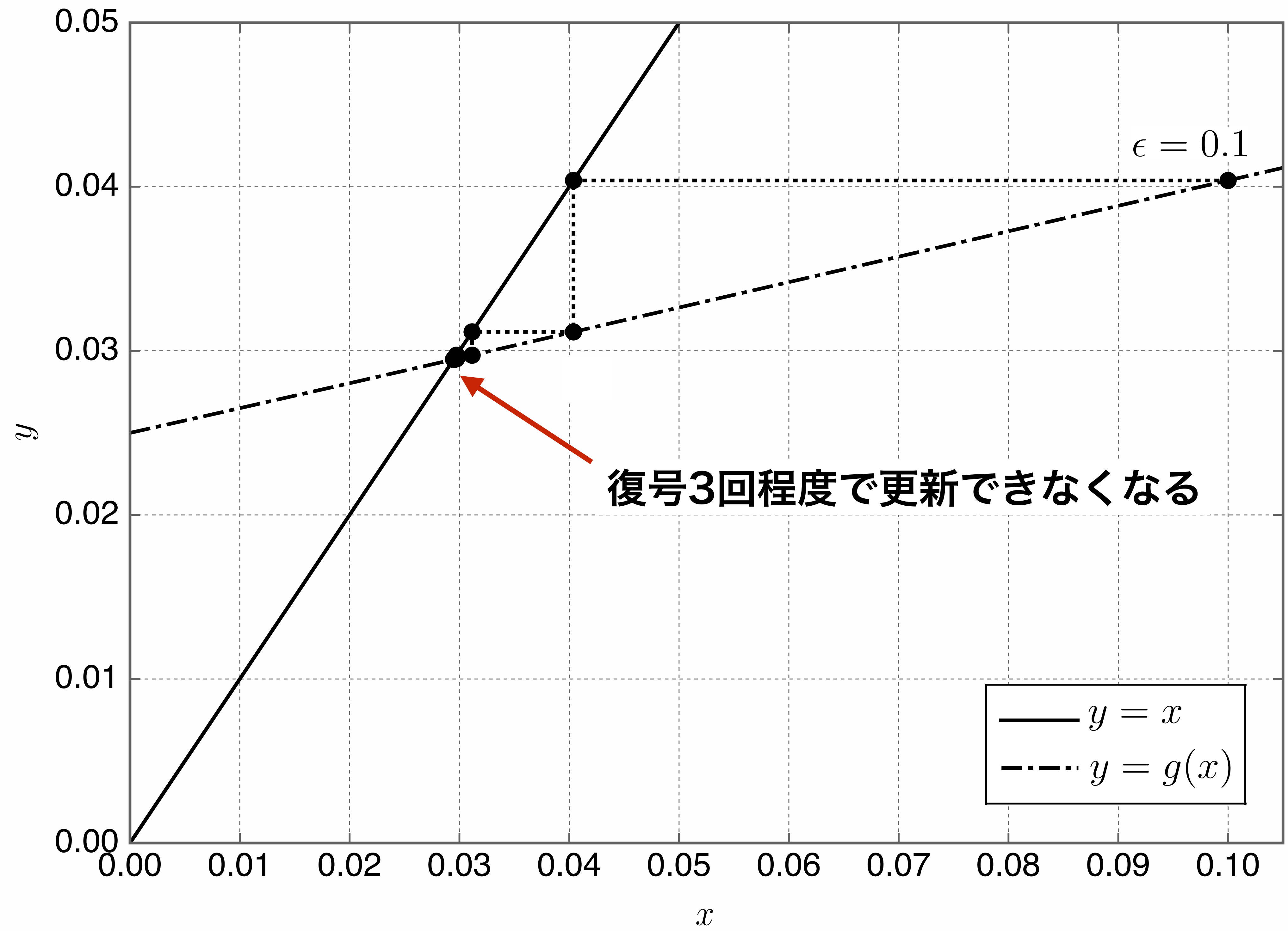
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0.00
0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.10
x
y
$\epsilon = 0.1$
(a)
通信路の消失確率
$y = x$
$y = g(x)$

消失確率の時間発展



復号1回目
$\epsilon = 0.1$
(a) 復号1回目終了時の消失確率
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0.00
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10
y
x
$y = x$
$y = g(x)$

消失確率の時間発展



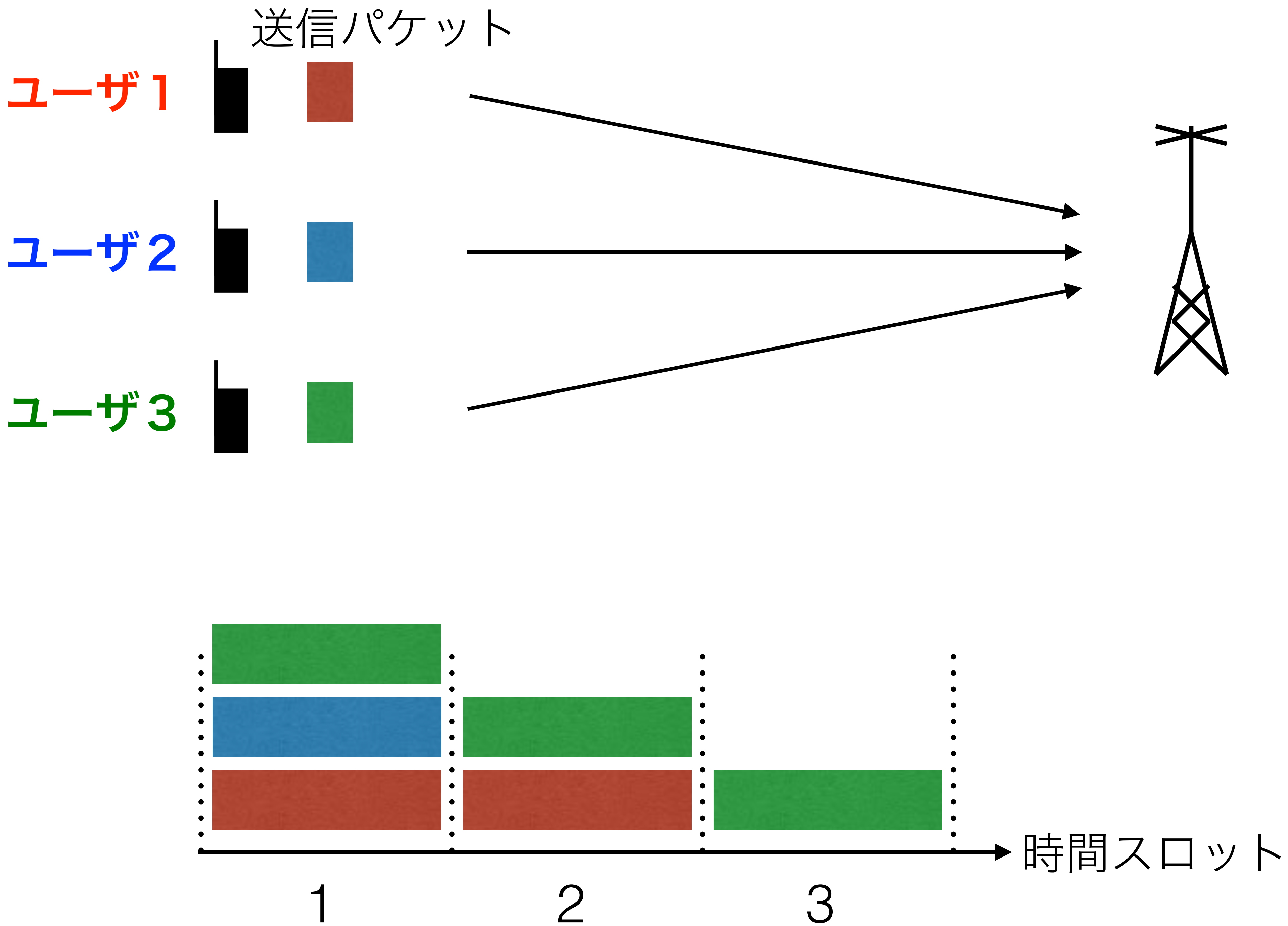
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0.00
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10
x
y
$\epsilon = 0.1$
復号3回程度で更新できなくなる
$y = x$
$y = g(x)$

通信への応用

- グラフ表現を無線通信の世界に導入することで、効率的な情報の復調や、設計が可能に。
- 応用例
  - 多元接続通信路 (MAC: Multiple-Access Channel)
    - 非正則繰り返しスロット化ALOHA [Liva'11][Anwar'15][Polini et al.'15]
    - フレームレスALOHA [Stefanovic et al.'12, '13][Ogata et.al.'15]
    - 空間結合に基づく多元接続 [Kudekar-Kasai'11] [Truhachev'13] [Schlegel et al.'13]
  - 協調通信 [Bao et al.'08][Takeishi et al.'13][Takeishi et al.'14]
  - (大規模)MIMO [Hu et al.'08][Wo-Hoeher '10][宇佐美ら'15][丹野ら'15]

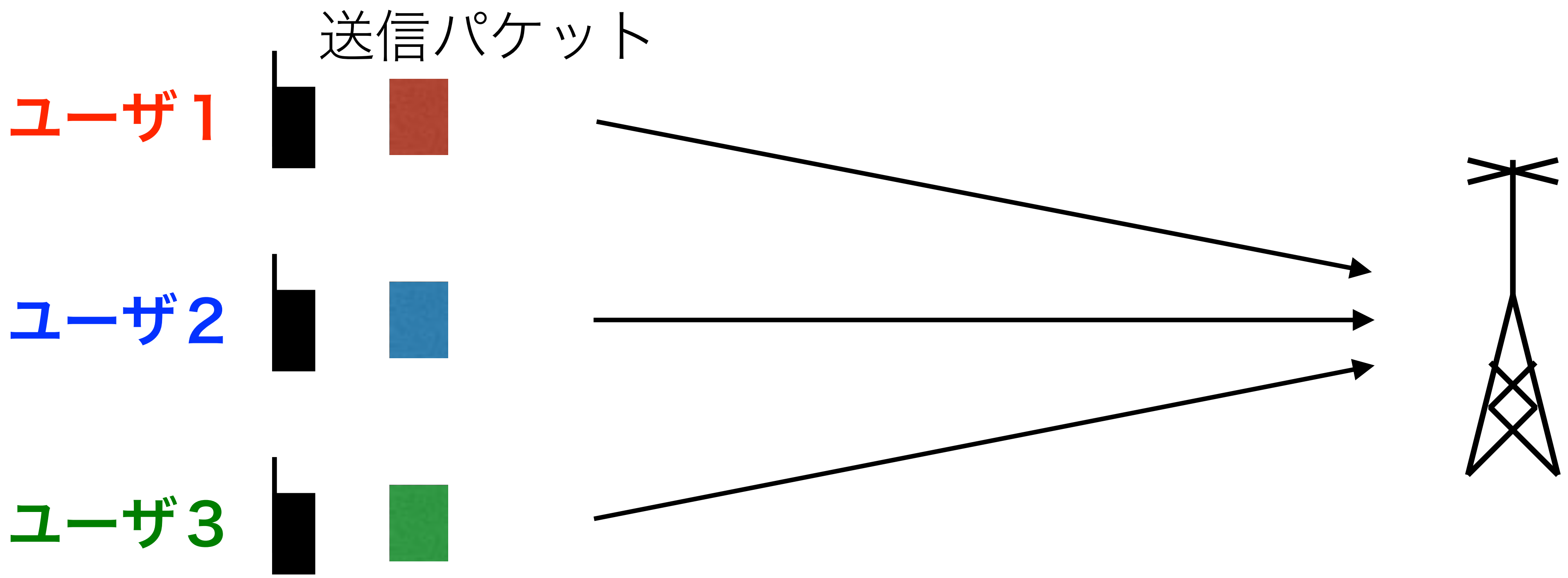
※ Associate EditorがC. Schlegel

フレームレスALOHA

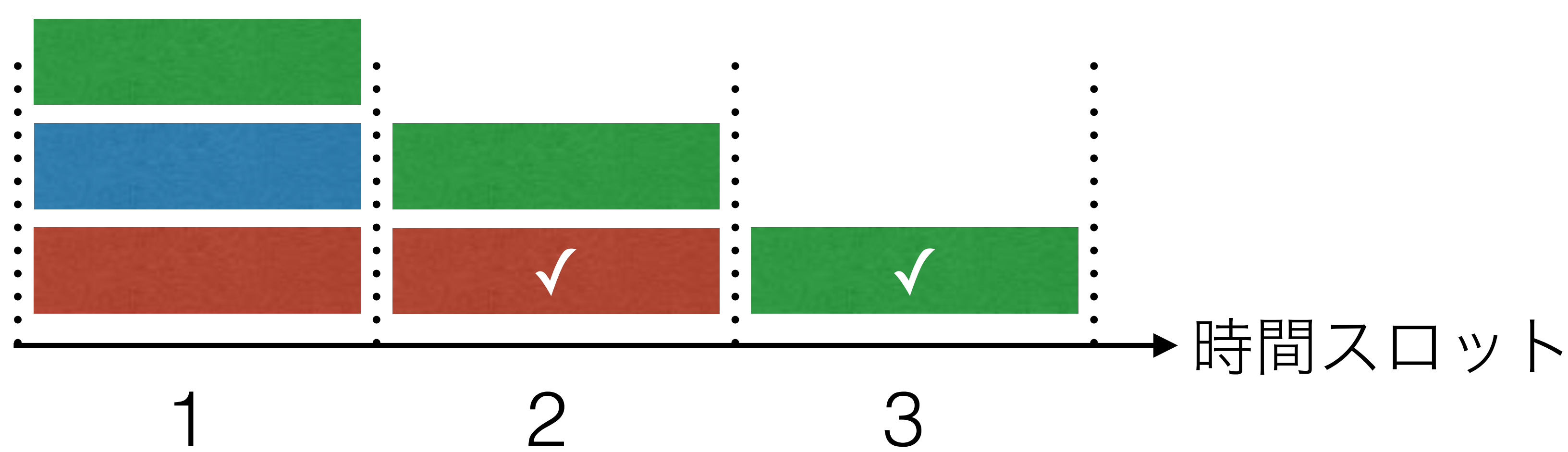


[1] C. Stefanovic *et.al.*, "Frameless ALOHA Protocol for Wireless Networks," IEEE Commun. Lett., vol. 16, no. 12, Dec. 2012

フレームレスALOHA

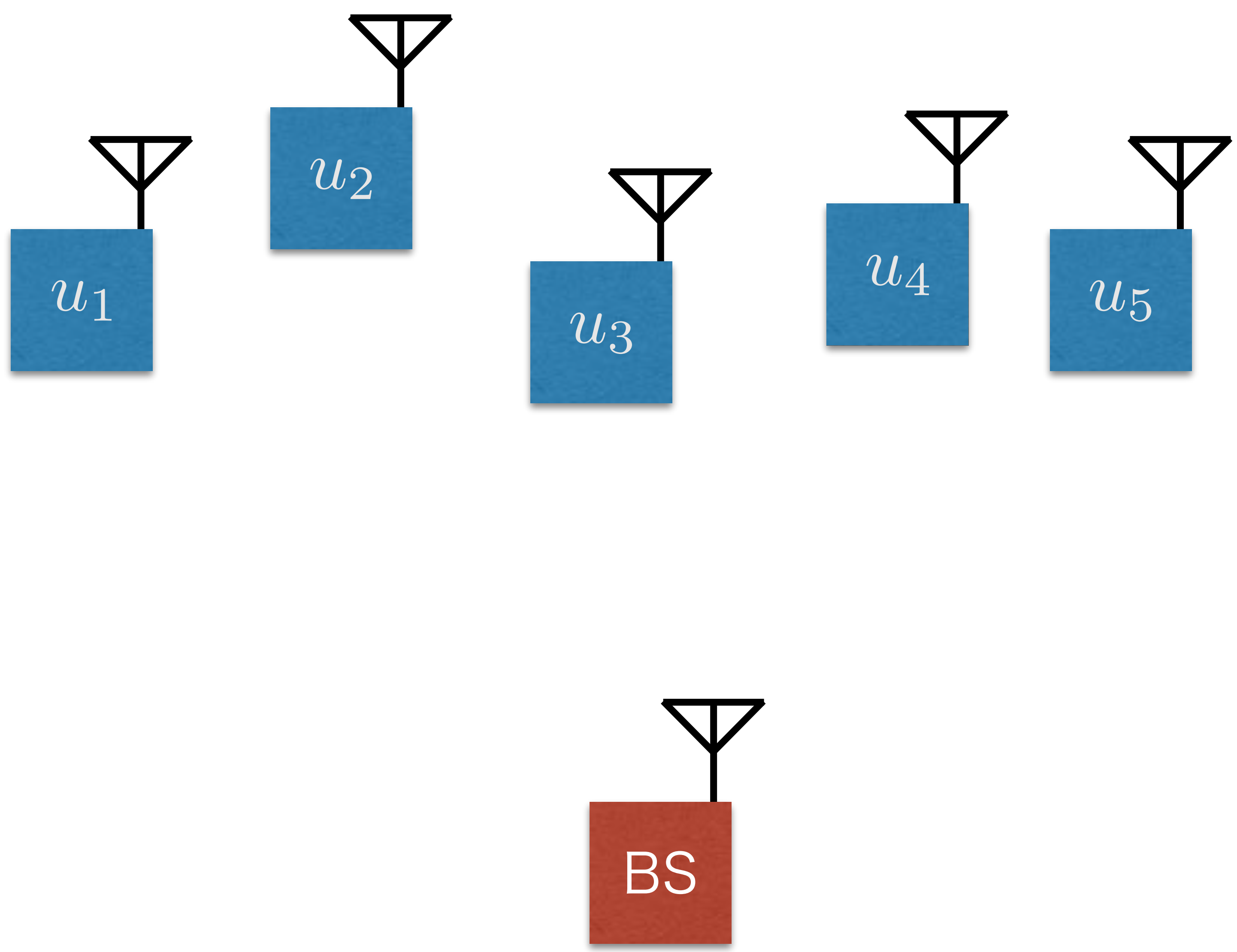


逐次干渉除去 (SIC: Successive Interference Cancellation)



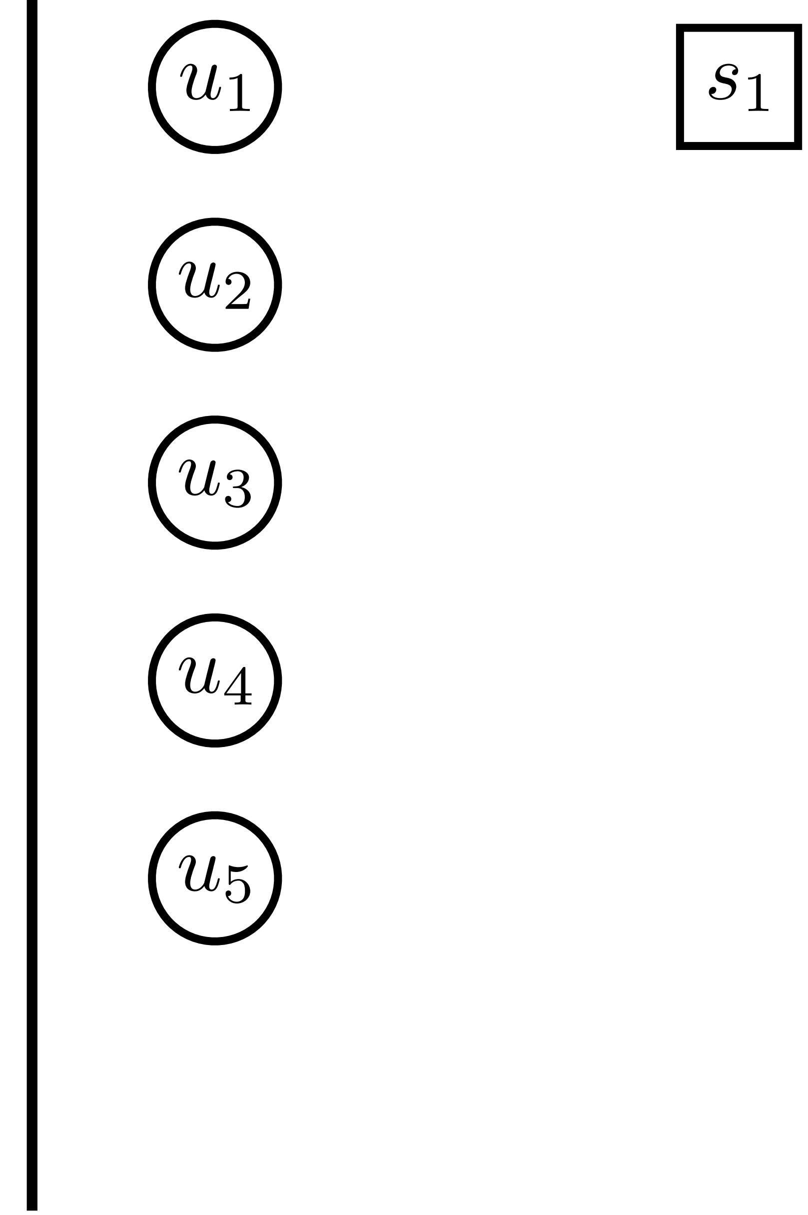
[1] C. Stefanovic *et.al.*, "Frameless ALOHA Protocol for Wireless Networks," IEEE Commun. Lett., vol. 16, no. 12, Dec. 2012

フレームレスALOHAの2部グラフ表現



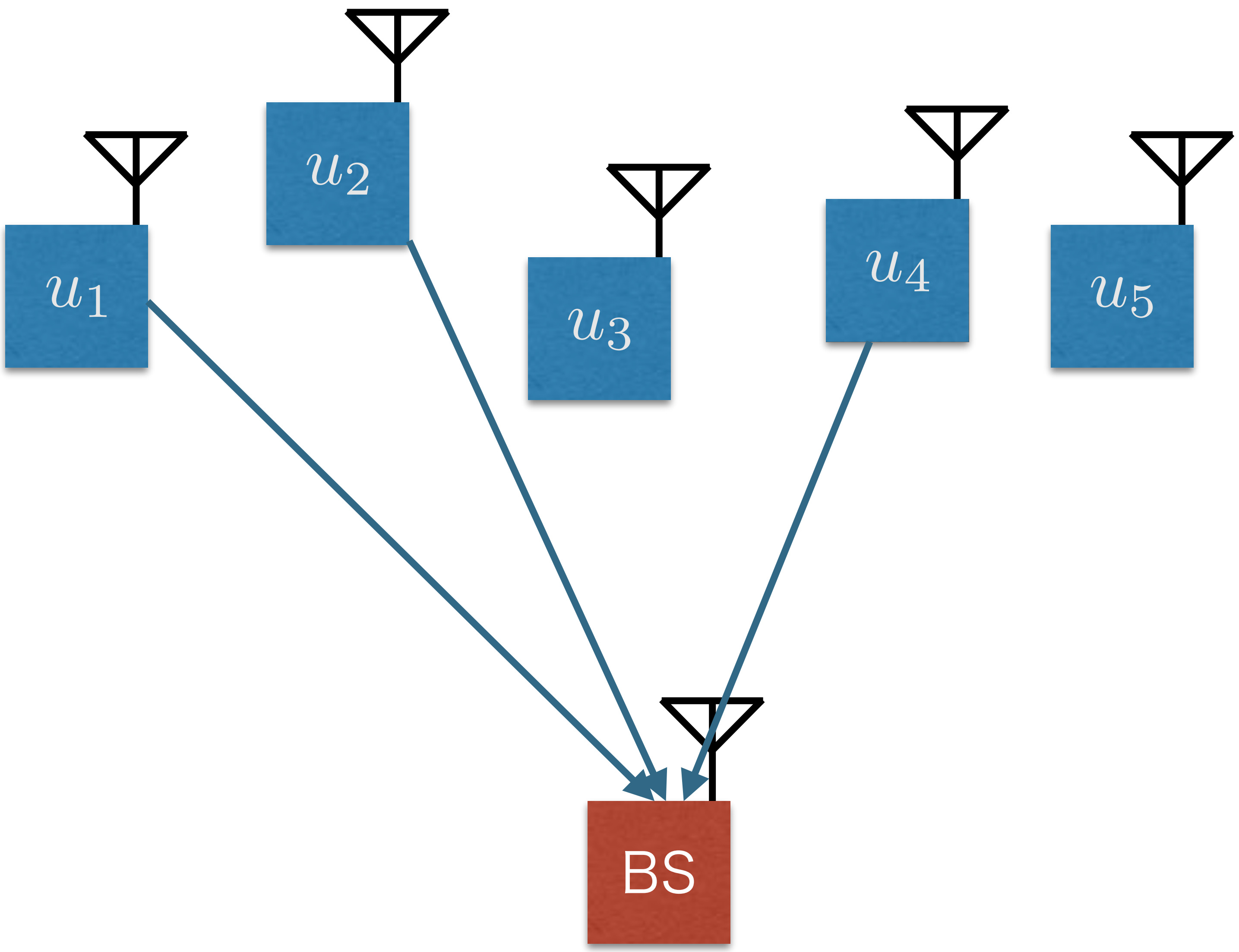
変数ノード (ユーザ)

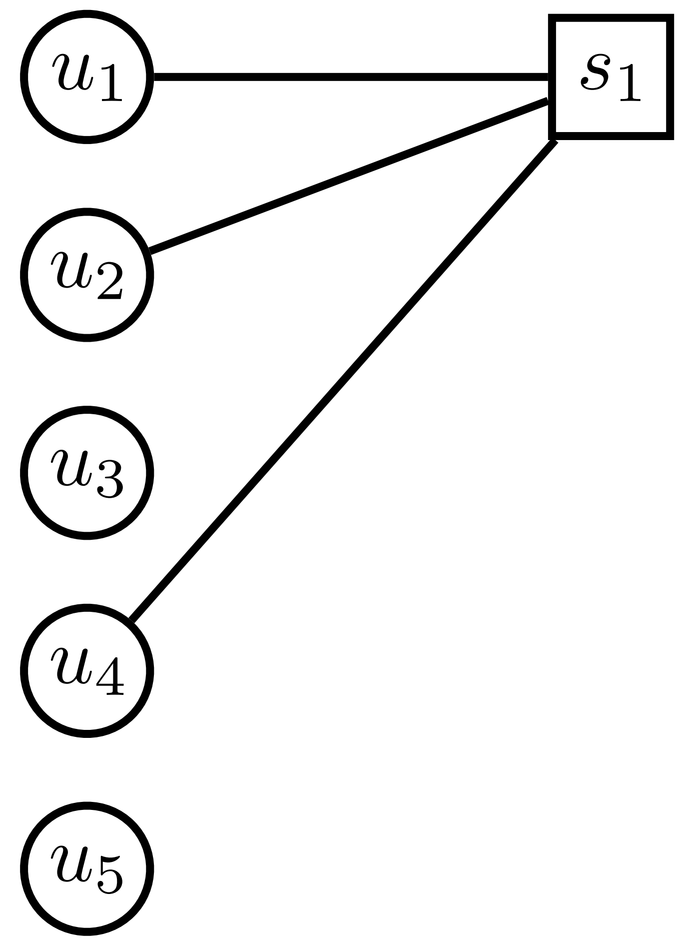
関数ノード (タイムスロット)



フレームレスALOHAの2部グラフ表現

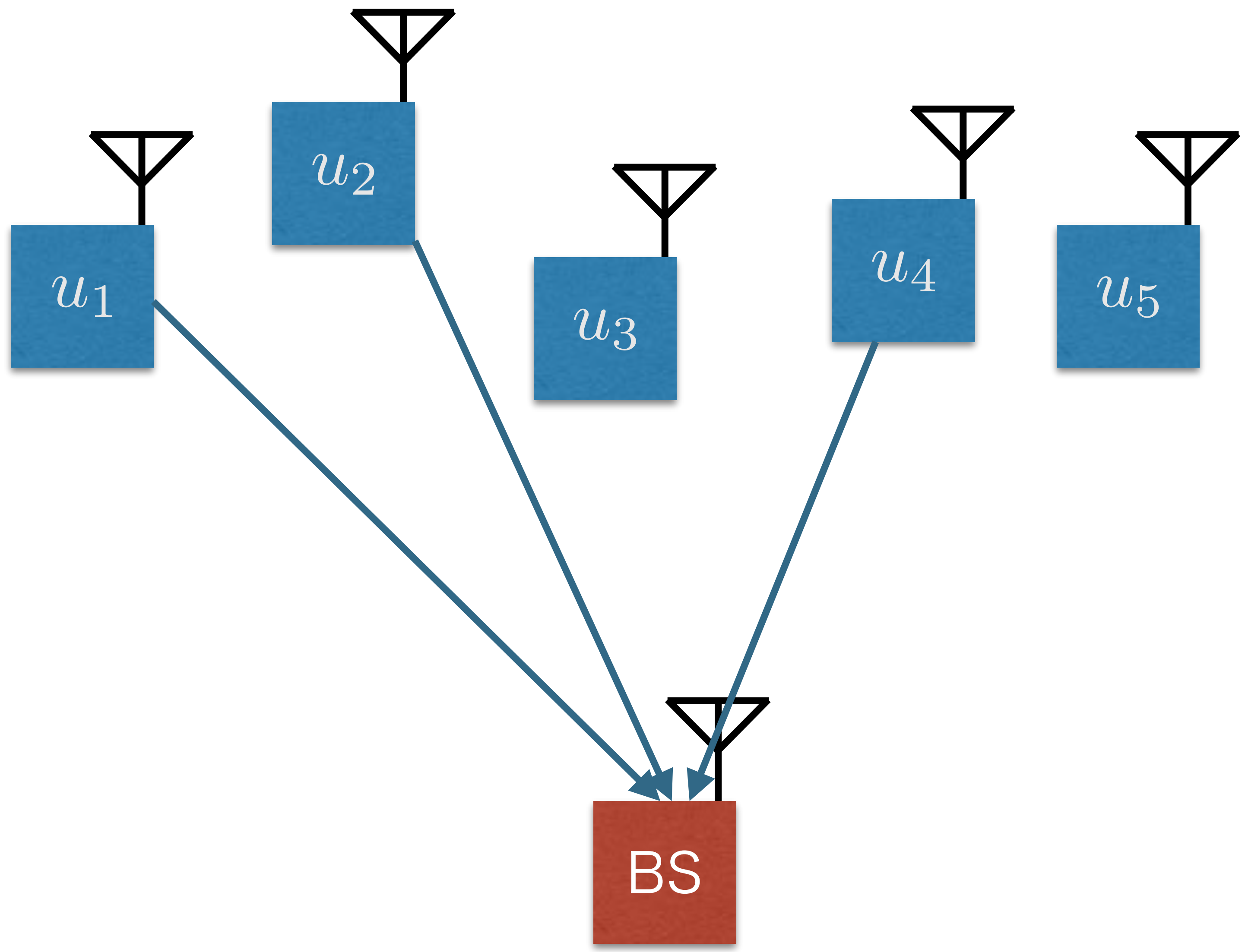
送信確率 $p_{\mathrm{a}}(1)$



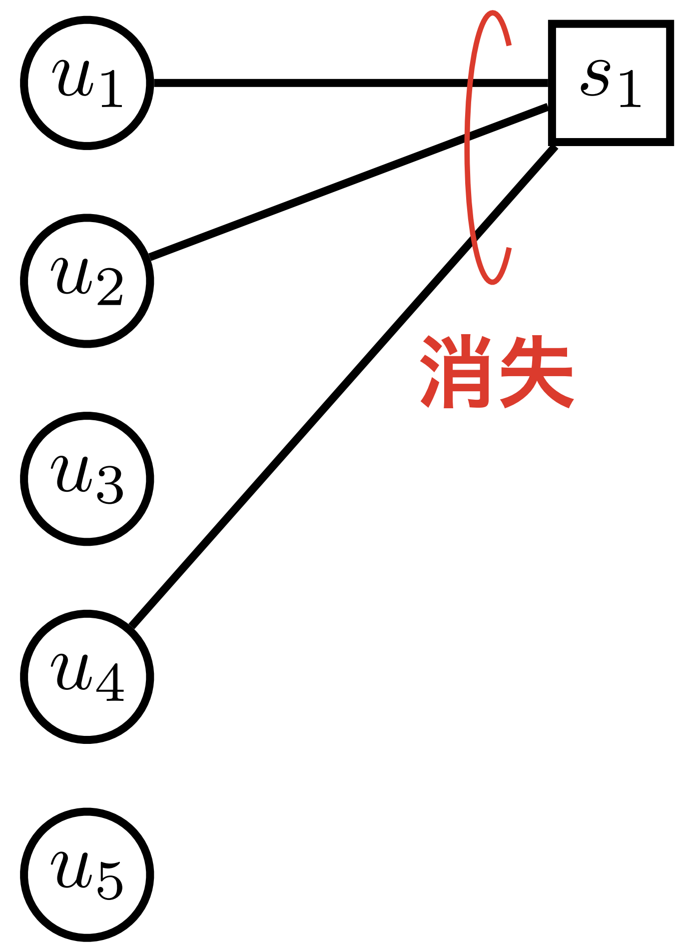


フレームレスALOHAの2部グラフ表現

送信確率 $p_{\mathrm{a}}(1)$

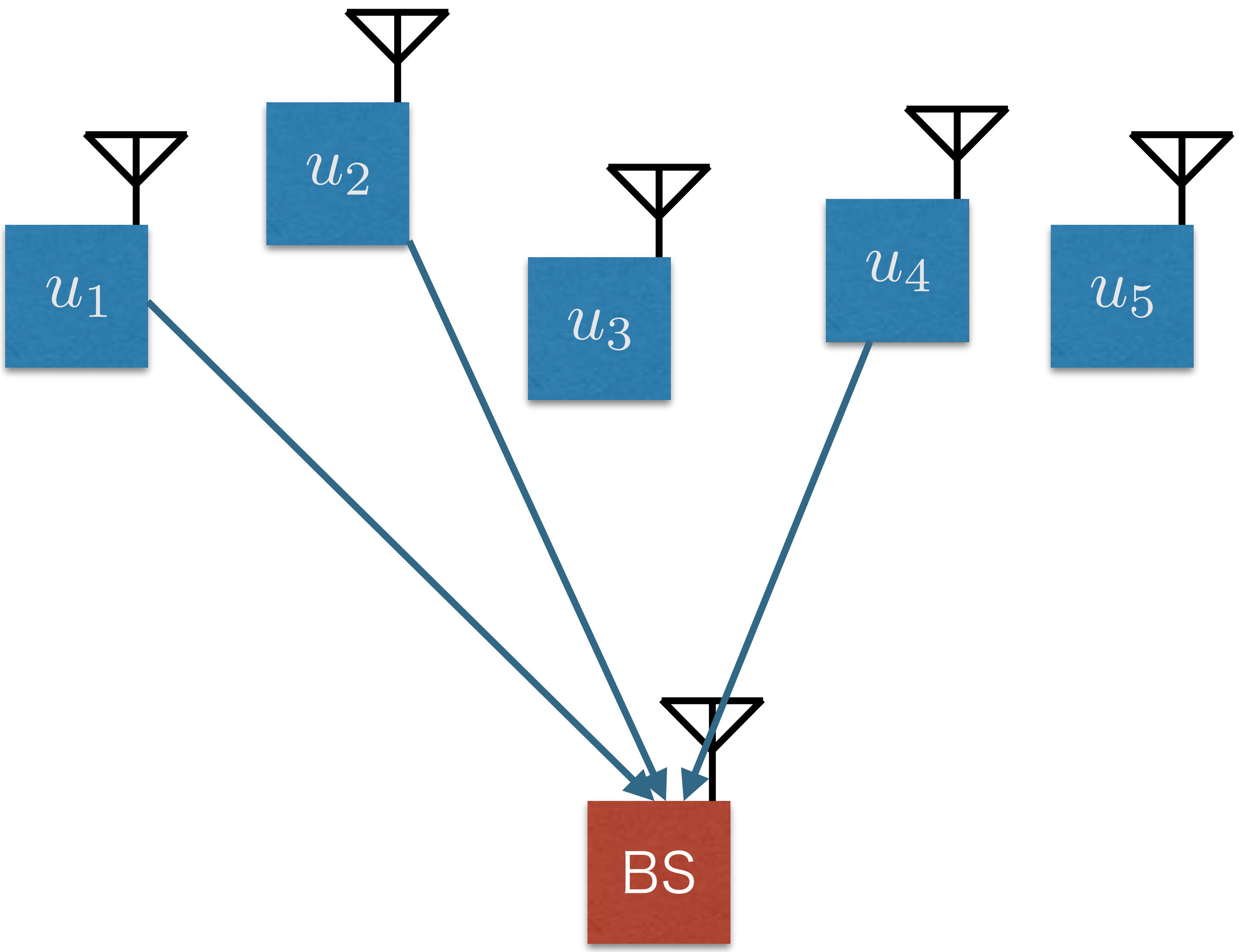


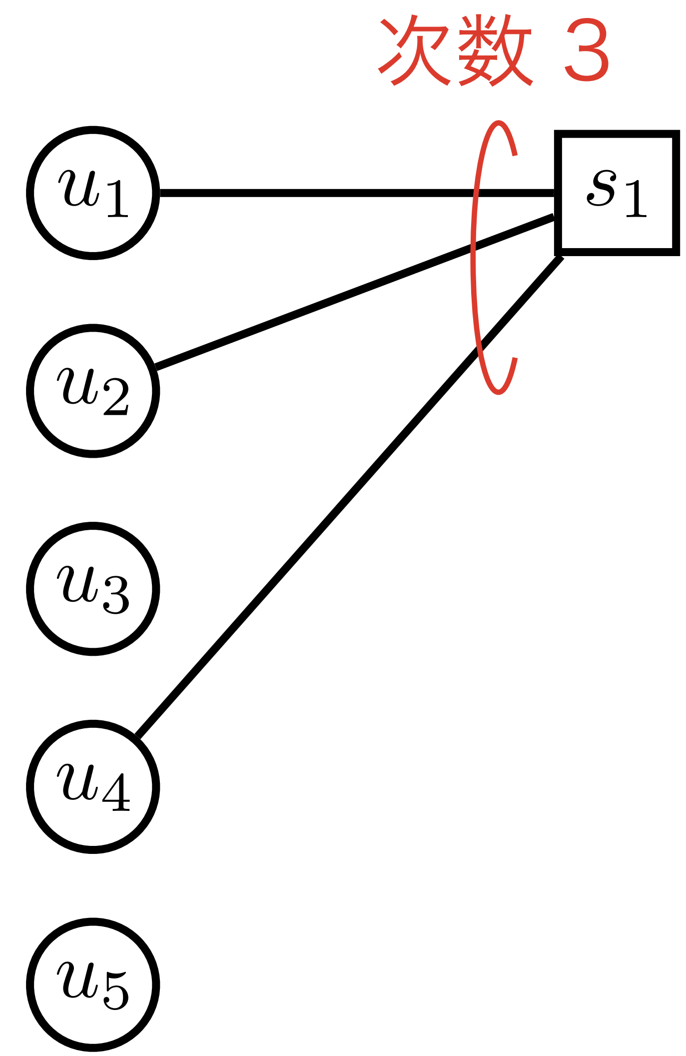
衝突した信号は
復調できない



フレームレスALOHAの2部グラフ表現

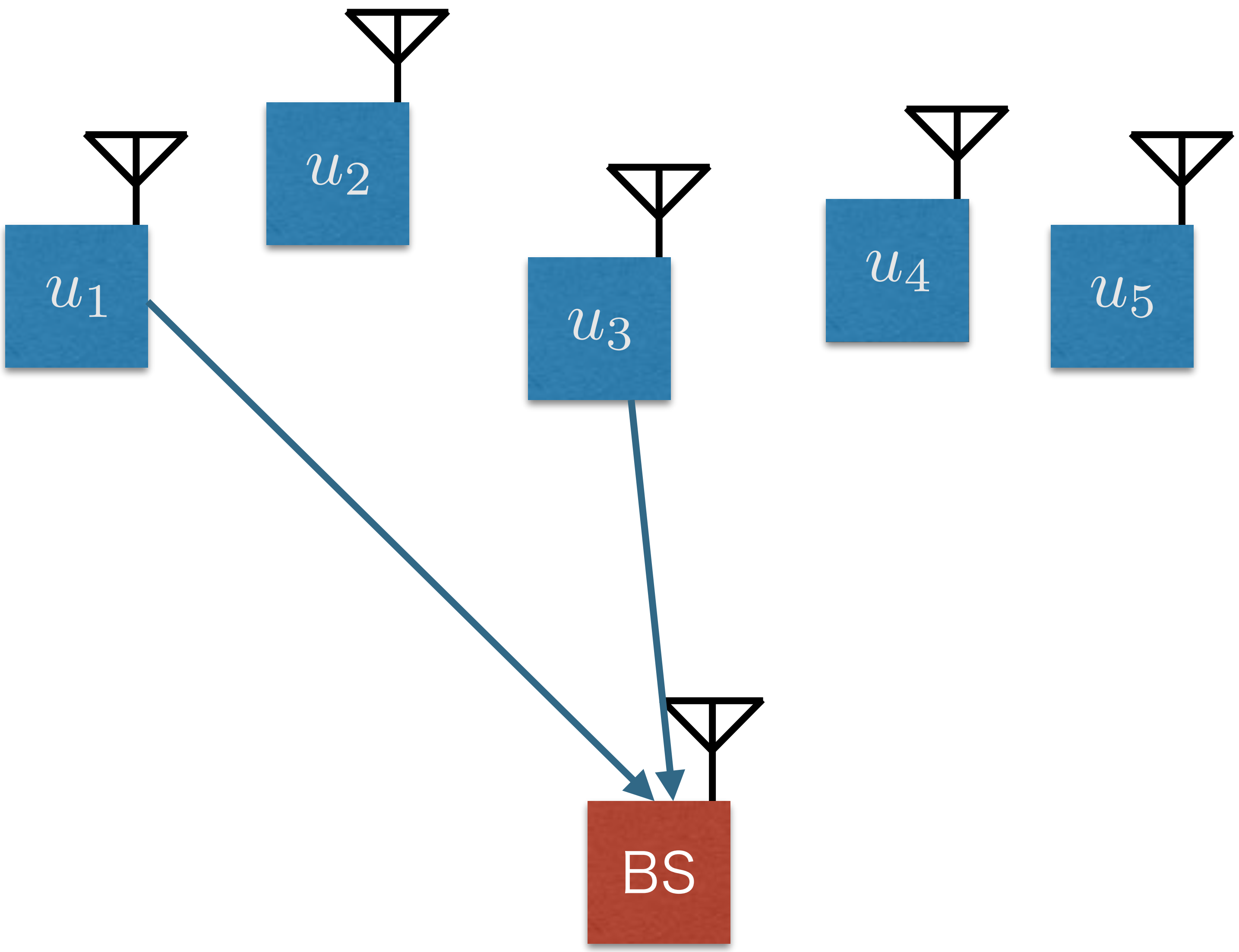
送信確率 $p_{\mathrm{a}}(1)$



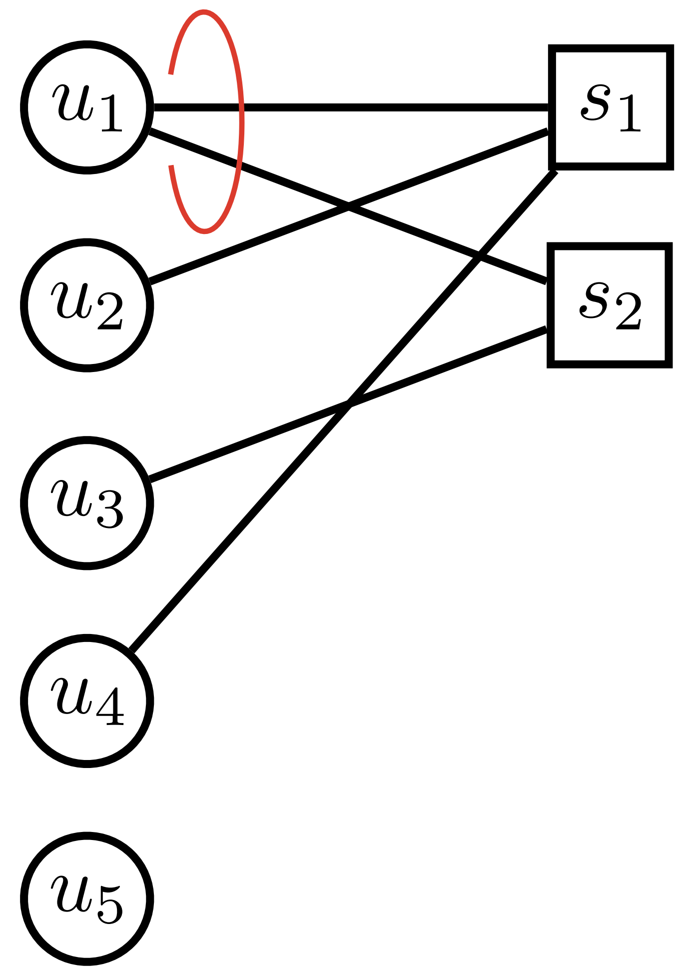


フレームレスALOHAの2部グラフ表現

送信確率 $p_{\mathrm{a}}(2)$

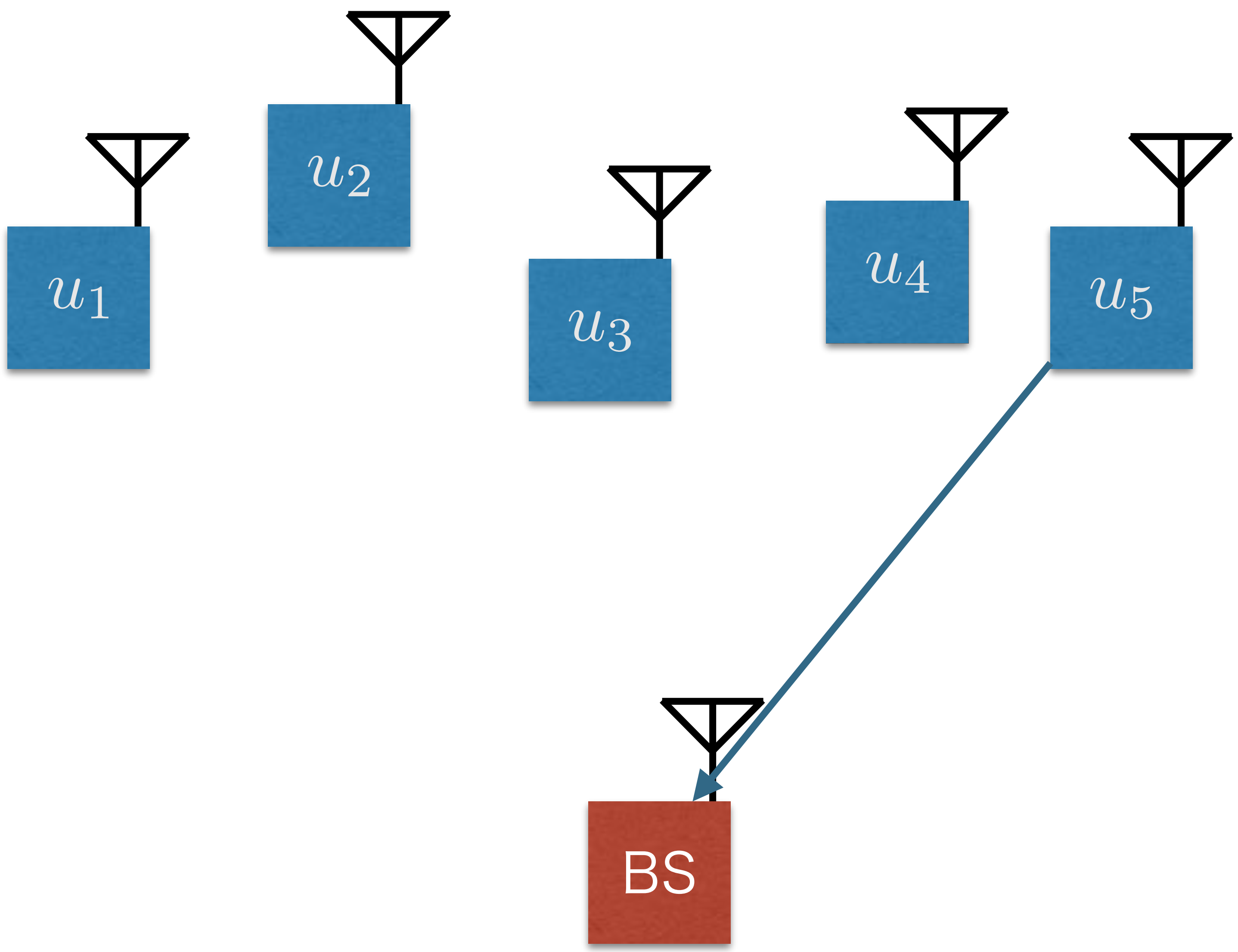


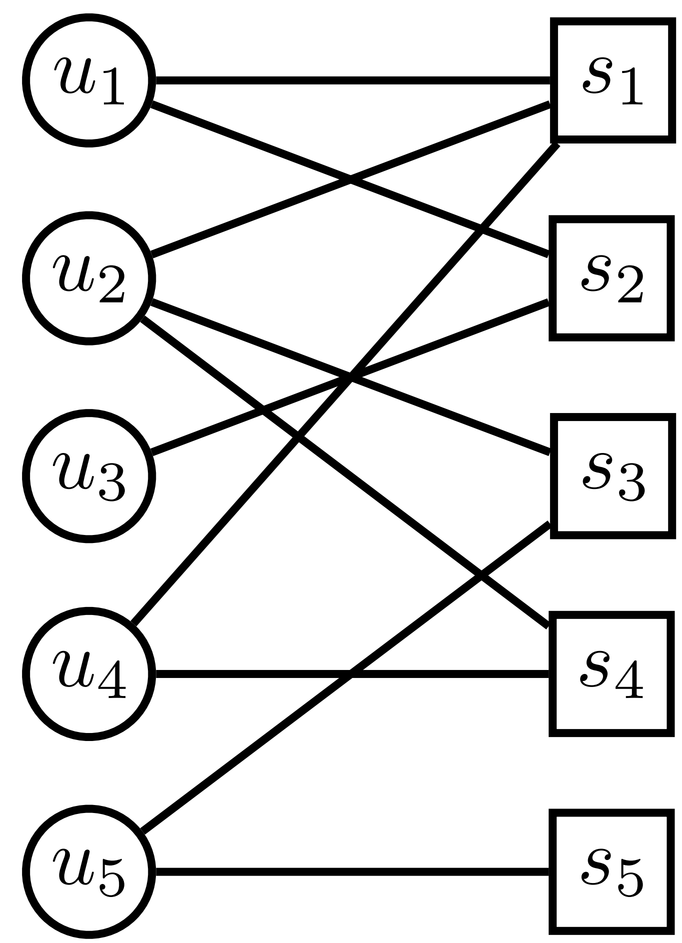
同じパケットを再送



フレームレスALOHAの2部グラフ表現

送信確率 $p_{\mathrm{a}}(5)$





密度発展法を用いた最適化

- 密度発展法を用いてグラフ上でのSICプロセスを解析
- 遺伝的アルゴリズムの一種であるDifferential Evolution [Storn et. al., ‘97]を用いて、パラメータを最適化
- 最適なターゲット重み分布

$$\boxed{\begin{aligned} G_1 = 3.09,\ \ p_1 = 0.858540 \\ G_2 = 3.12,\ \ p_2 = 0.141460 \end{aligned}}$$

スループットのピーク値：

$$0.874435$$

スループット向上

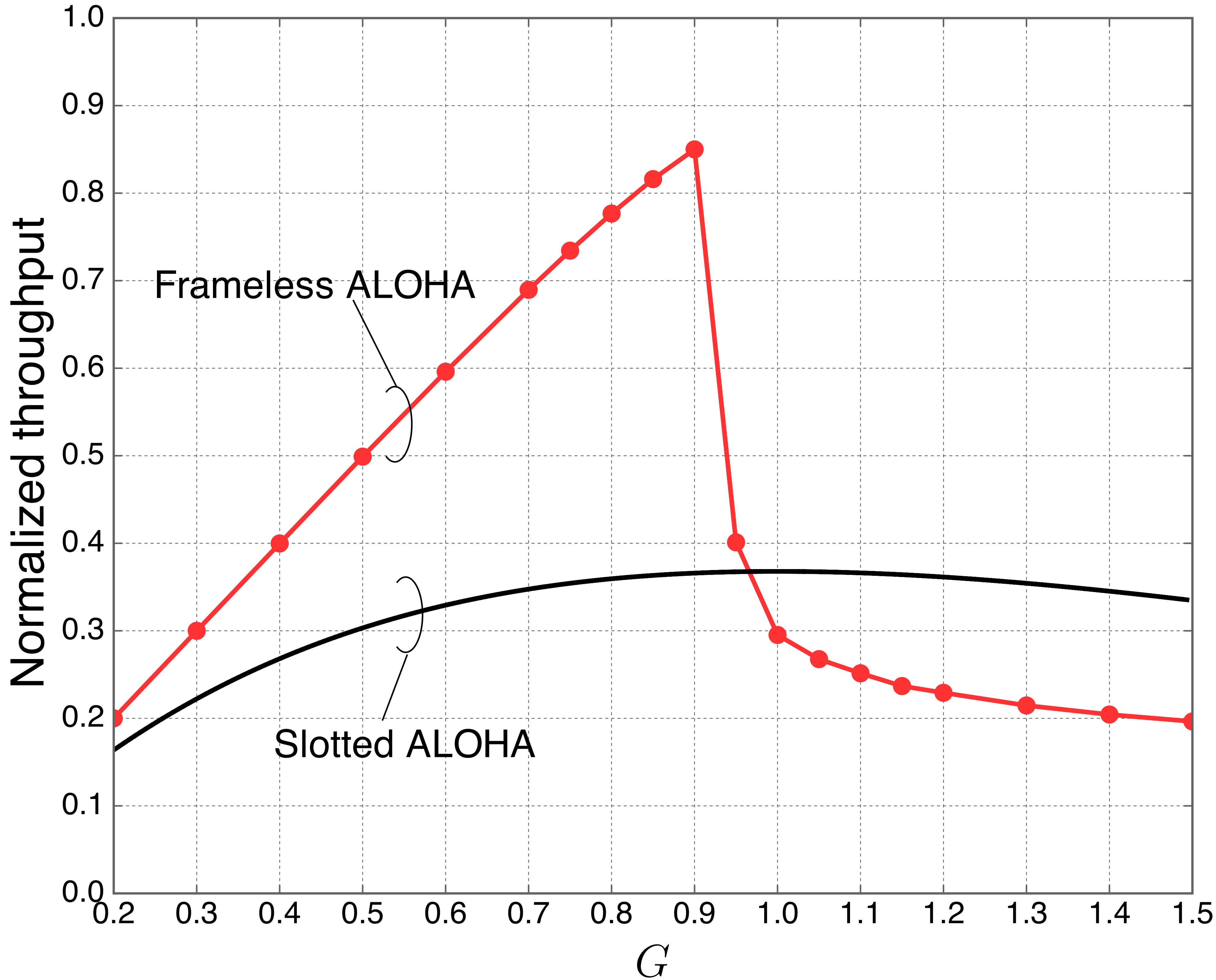
- ターゲット重みの最適値

$$\boxed{G = 3.10}$$

スループットのピーク値：

$$0.874235$$

スロット化ALOHAとの比較



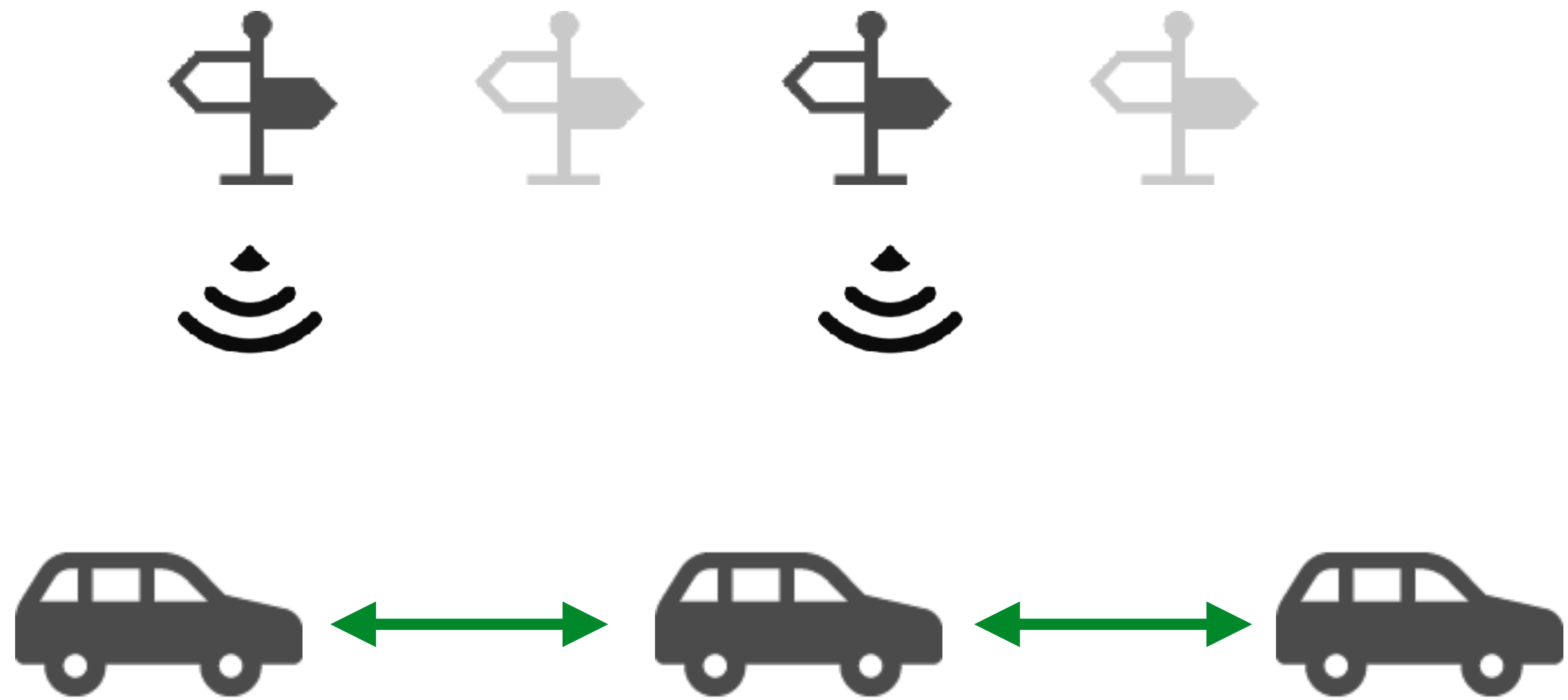
さらなる応用例

- 高度道路交通システム（ITS: Intelligent Transport System）

  - 事故の回避・交通渋滞，環境問題の解決
- 路側に設置されたセンサ端末から車両への多元接続通信
  - フレームレスALOHAの適用 [2]

[2] 尾形駿, 石橋功至, "符号化ALOHAに基づく路車間通信に関する一検討," 信学技報, vol. 115, no. 411, SR2015-81, pp. 63-68, 長崎市, 2016年1月

システムモデル：通信環境



N 台の路側センサ端末が存在し，確率 p_s でスリープしている

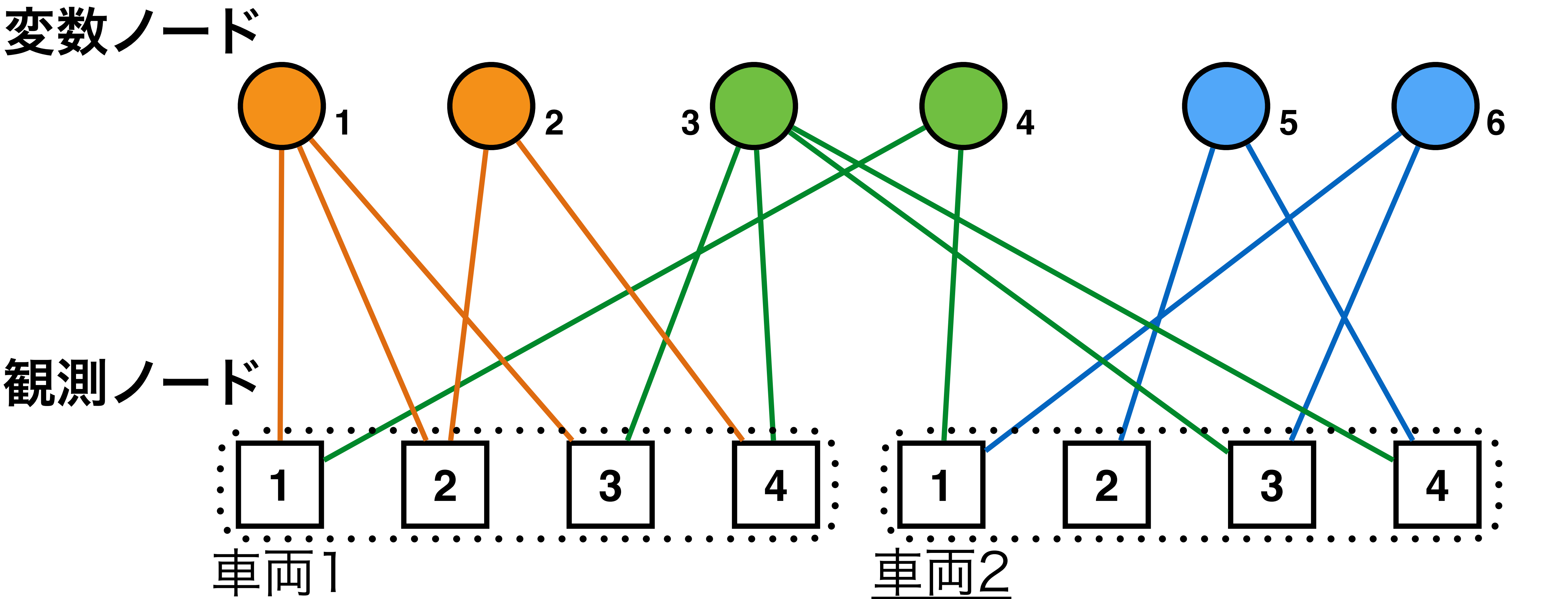
実際の起動端末数を N_w とする

M 台の車両が端末設置区間を通過

車両同士は車車間通信によって接続され情報交換が可能

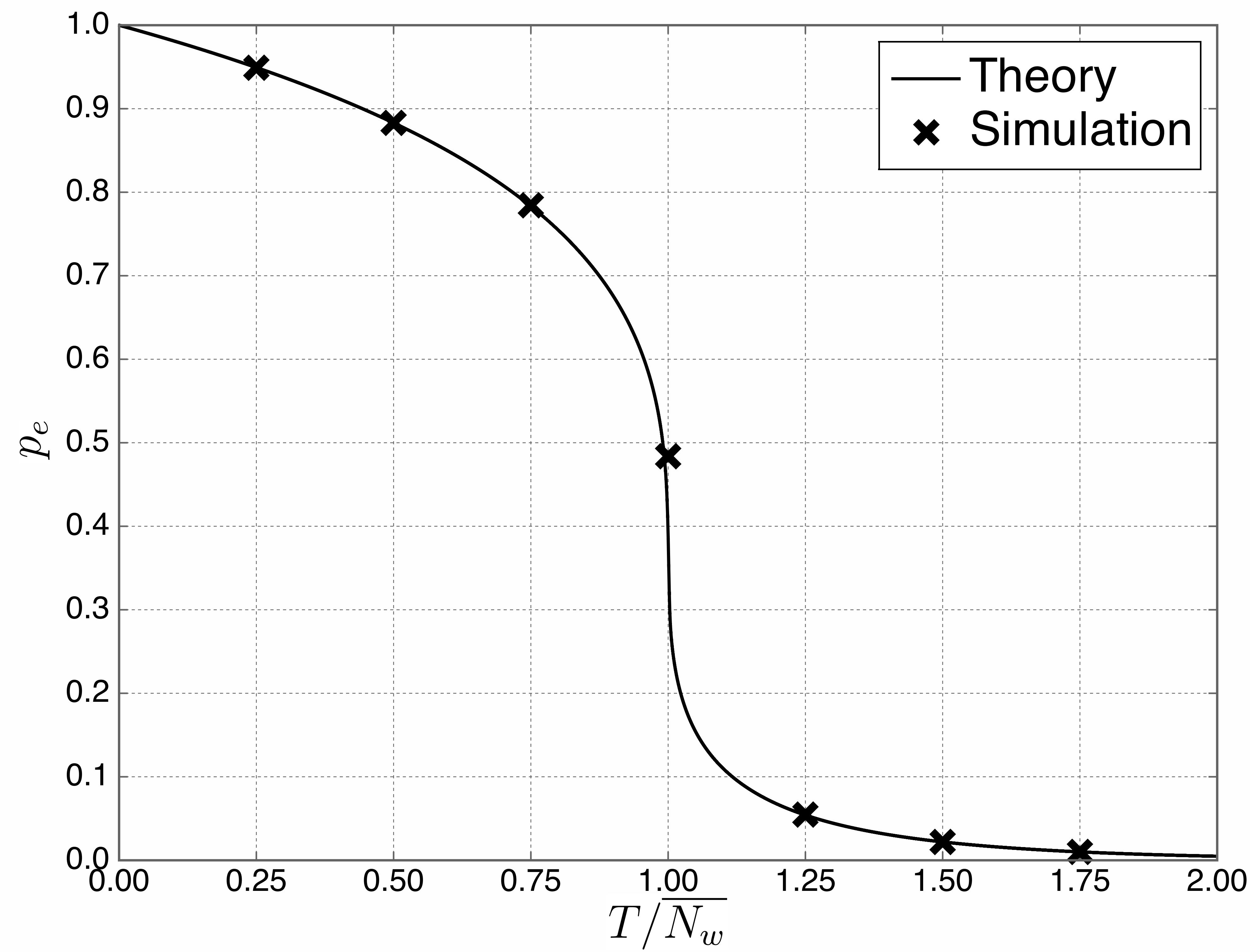
各通信路には衝突に加えて、通信路での誤りが存在

Multi-Edge Typeグラフ表現



- 変数ノード：送信パケットに対応
- 観測ノード：受信パケットに対応
- 重み：ノードに接続される枝の数

パケット復号失敗確率の例



最適化と諸元

- T 時間スロット経過時に平均復号失敗確率を最小にするようにターゲット重みを最適化

$$\min_{G} p_e(T)$$

- 最適化結果を用いて計算機シミュレーションを行う
- 諸元

総路側端末数 $N = 1000$

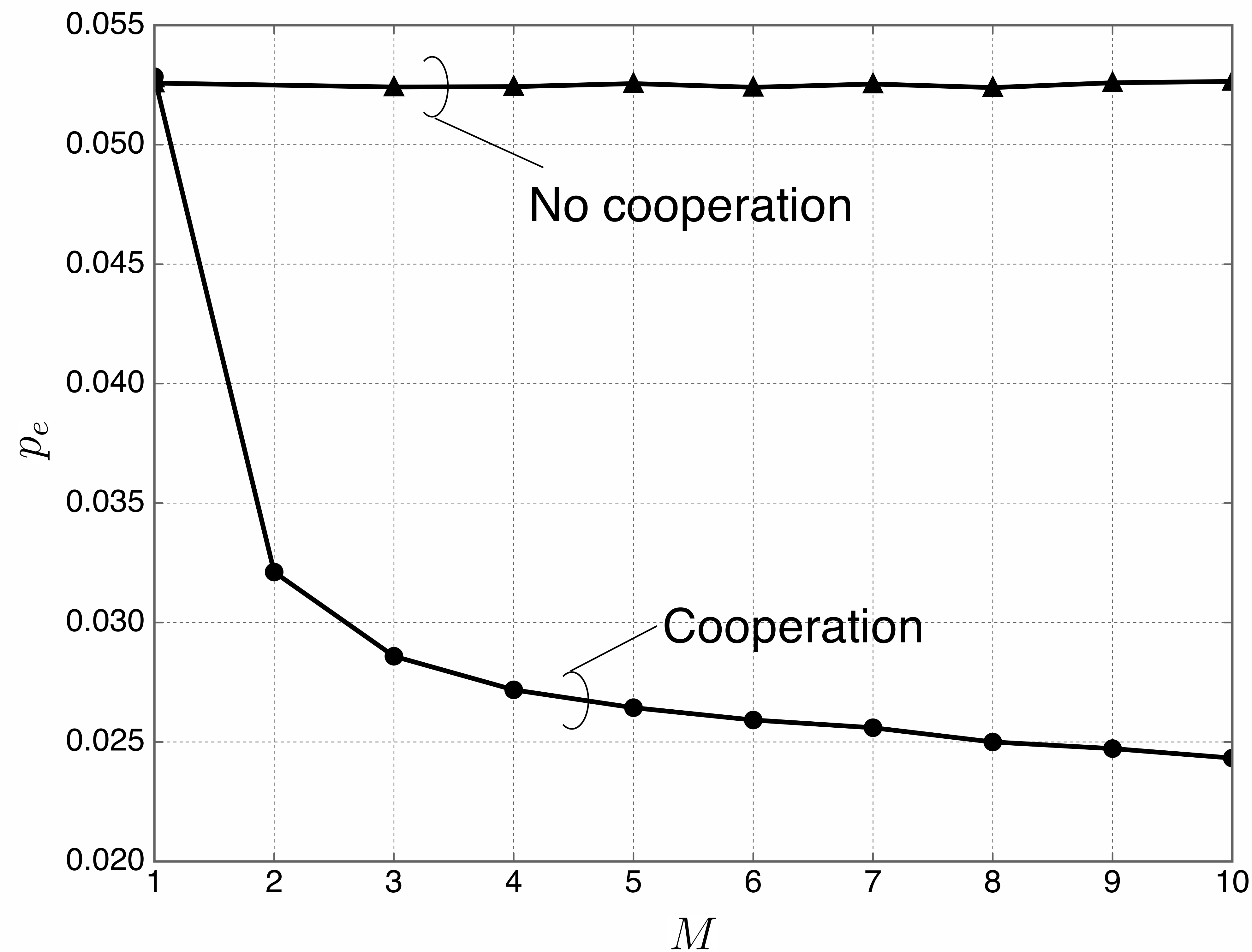
スリープ確率 $p_s = 0.3$

利用可能時間スロット数 $T = 833$

路車間通信路の消失確率 $\epsilon_{\mathrm{r2v}} = 0.1$

車車間通信路の消失確率 $\epsilon_{\mathrm{v2v}} = 0.01$

複数車両協調による効果



まとめ

- 符号理論において発展してきたグラフに基づく理論を無線通信に適用することで、見通しがよくなる
- 適用範囲を広げることで、より面白い繋がりが見える
  - 例えばMIMOのBP復調：
    - Loopy BPにおける収束性問題
    - 格子符号の復号との関係

情報理論、符号理論、通信理論は相互に発展してきたものであり、今後も密な交流が望まれる

AWCC
Advanced Wireless and Communication Research Center